

## Geradentrio 1

## Geraden 3D

$$\mathbf{g} := \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{h} := \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} := \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$\text{solve}(\mathbf{g}=\mathbf{h}, \{r,s\}) \rightarrow \text{false}$     $\text{solve}(\mathbf{g}=\mathbf{k}, \{r,s\}) \rightarrow \text{false}$     $\text{solve}(\mathbf{h}=\mathbf{k}, \{t,s\}) \rightarrow s=-1 \text{ and } t=2$

$\mathbf{h}|_{s=-1} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$     $\mathbf{k}|_{t=2} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \\ 4 \end{bmatrix}$  dies ist der Schnittpunkt von h und k.

Ersichtlich sind g und h parallel, denn  $-\mathbf{v}_g = \mathbf{v}_h$ , da es außerdem keinen gemeinsamen Punkt gibt, sind sie parallel und getrennt liegend (echt parallel).

g und k sind nicht parallel:  $1 \cdot f = 1$  und  $-1 \cdot f = 1$  ist nicht gleichzeitig erfüllbar.

Da sie außerdem keinen gemeinsamen Punkt haben, sind sie windschief.

## Geradentrio 2

## Geraden 3D

$$\mathbf{g} := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} 6 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{h} := \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} := \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$\text{solve}(\mathbf{g}=\mathbf{h}, \{r,s\}) \triangleright r = \frac{1}{2} \text{ and } s = -1 \quad \text{solve}(\mathbf{g}=\mathbf{k}, \{r,t\}) \triangleright \text{false} \quad \text{solve}(\mathbf{h}=\mathbf{k}, \{t,s\}) \triangleright \text{false}$$

$$\mathbf{g}|_{r=\frac{1}{2}} \triangleright \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{h}|_{s=-1} \triangleright \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \text{dies ist der Schnittpunkt von g und h.}$$

Ersichtlich sind k und h parallel, denn  $-\mathbf{v}_k = \mathbf{v}_h$ , da es außerdem keinen gemeinsamen Punkt gibt, sind sie parallel und getrennt liegend (echt parallel).

g und k sind nicht parallel:  $6 \cdot f = 1$  und  $-2 \cdot f = 1$  ist nicht gleichzeitig erfüllbar.

Da sie außerdem keinen gemeinsamen Punkt haben, sind sie windschief.

## Geradenquartett 3

## Geraden 3D

$$\mathbf{g} := \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{bmatrix} \quad \mathbf{h} := \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} + s \cdot \begin{bmatrix} -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{k} := \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{d} := \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} + t \cdot \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\text{solve}(\mathbf{g}=\mathbf{h}, \{r,s\}) \rightarrow r=1 \text{ and } s=0 \quad \text{solve}(\mathbf{g}=\mathbf{k}, \{r,t\}) \rightarrow r=\frac{1}{4} \text{ and } t=\frac{-3}{2}$$

$$\text{solve}(\mathbf{h}=\mathbf{k}, \{t,s\}) \rightarrow \text{false} \quad \text{solve}(\mathbf{h}=\mathbf{d}, t,s) \rightarrow t=\frac{-(c2-2)}{4} \text{ and } s=c2$$

$$\mathbf{g}|_{r=1} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{h}|_{s=0} \rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ 0 \\ 3 \end{bmatrix} \quad \mathbf{g}|_{r=\frac{1}{4}} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3}{4} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{3}{4} \end{bmatrix} \quad \mathbf{k}|_{t=\frac{-3}{2}} \rightarrow \begin{bmatrix} \frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{solve} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \mathbf{h}, s \right) \rightarrow s=2$$

dies sind der Schnittpunkt von g und h und der Schnittpunkt von g und k. h und k sind nicht parallel:  $-1 \cdot f=1$  und  $-1 \cdot f=2$  ist nicht gleichzeitig erfüllbar. Da sie außerdem keinen gemeinsamen Punkt haben, sind sie windschief. h und d sind parallel und zusammenfallend, denn s ist frei wählbar, t folgt dann. Alternativ ist mit  $s=2$  ad auf der Geraden h.

3.1