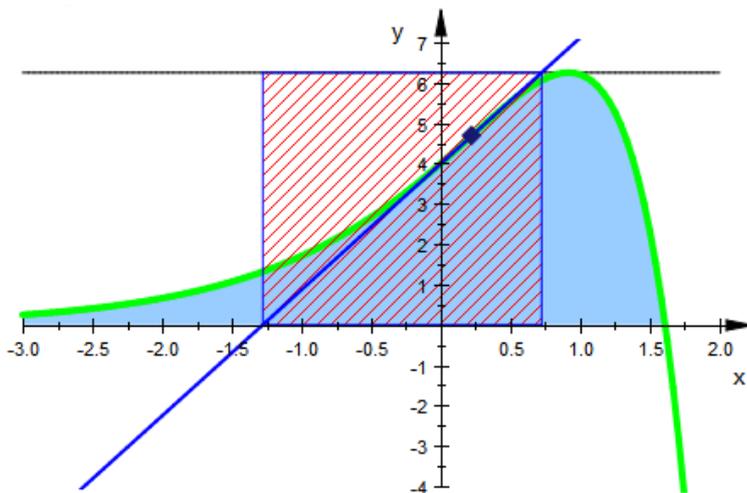


# Analysis I

**Aufgabe 1** a) Beweisen Sie mit Vollständiger Induktion, dass gilt  $15 / 25^n - 10$ .

b) Für welches a und b ist Obiges ein Spezialfall der Aussage  $a / (a + b)^n - b$  ?

c) Gilt die Aussage  $a / (a + b)^n - b$  für jede Wahl von natürlichen Zahlen a und b?



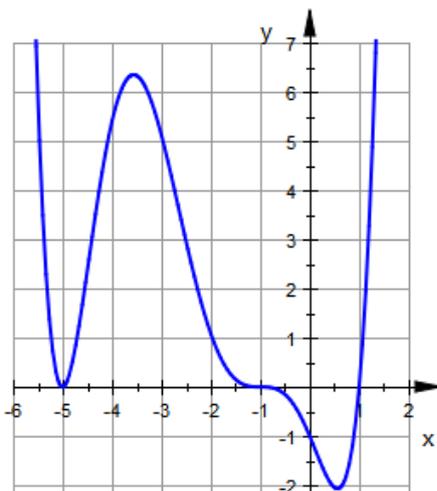
**Aufgabe 2** Gegeben ist die Schar  $f_k$  mit

$$f_k(x) = e^x(k - e^x) \text{ mit } k > 0$$

- Entwickeln Sie die Graphen von  $f_k$  als Produkt zweier Bausteine. Beschreiben Sie, wie sich die Scharcurven verändern, wenn k wächst.
- Bestimmen Sie die Nullstelle von  $f_k$ . Für welches k ist links der Graph gezeichnet?
- Berechnen Sie die links

unbegrenzte Fläche zwischen  $f_k$  und der x-Achse bis zur Nullstelle.

- Berechnen Sie das Extremum und den Wendepunkt von  $f_k$ .
- Was kann man Besonderes über die Extremstelle und die Wendestelle im Vergleich zur Nullstelle sagen?
- Der eingezeichnete Kasten ist 2 Einheiten breit und so hoch wie der maximale Wert. Vergleichen Sie seine Fläche mit der Fläche aus c).
- Machen Sie das Folgende nur, wenn Sie noch Zeit haben: Weisen Sie nach, dass der in f) genannte Kasten wirklich stets von der Wendetangente definiert wird und dass der Wendepunkt in ihm stets eine besondere Lage hat.



**Aufgabe 3** Sie sehen links ein Polynom mit seinen sämtlichen Nullstellen.

- Stellen Sie eine zugehörige Gleichung minimalen Grades auf. Bestimmen Sie den Stauchfaktor genau.
- Zeichnen Sie in diesem Bild mit "Felder-Abstreichen" die graphische Ableitung.
- Die Ableitung hat folgende Darstellung:

$$f'(x) = \frac{6}{25}(x+5)(x+1)^2(x^2+3x-2)$$

Beziehen Sie dies auf Ihre graphische Ableitung und berechnen Sie die fehlenden Extremstellen.

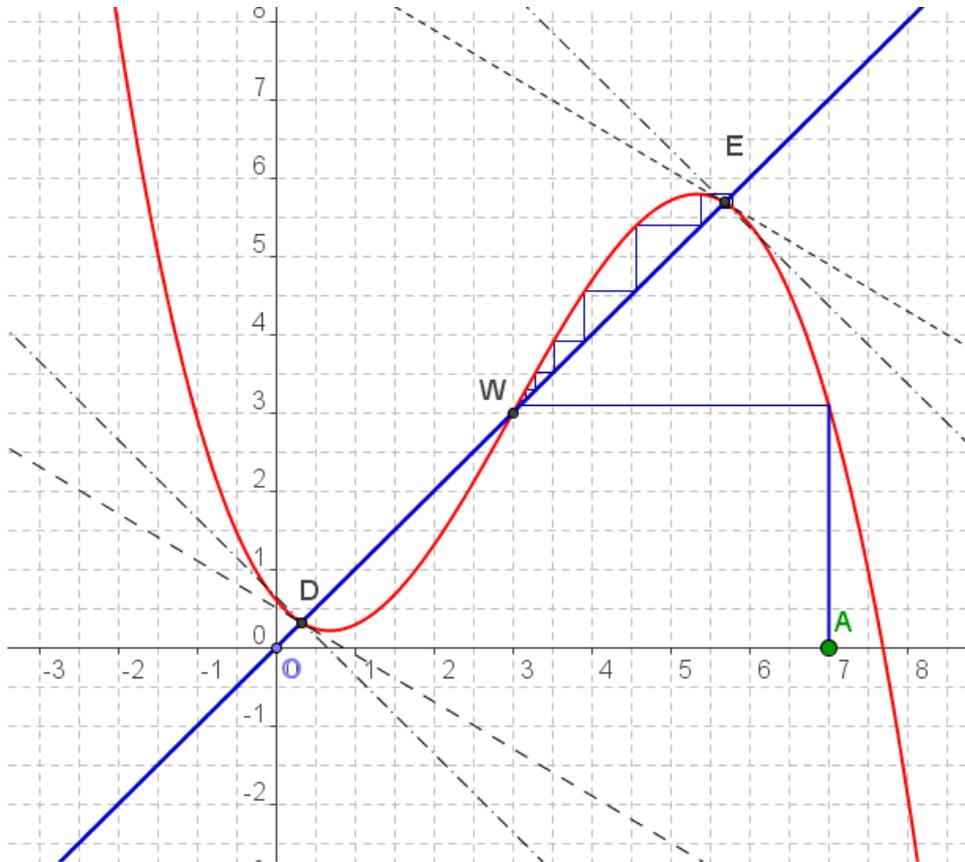
- Mathix meint, aus der ausmultiplizierten Form  $f'(x) = \frac{6}{25}(x^5 + 10x^4 + 30x^3 + 24x^2 - 7x - 10)$

hätte man die Klammerdarstellung aus c) auch selbst finden können. Führen Sie hierzu einen Schritt deutlich durch, deuten Sie das Weitere nur an.

# Analysis I

Aufgabe 4 Gegeben ist  $f_c(x) = -\frac{1}{9}(x-3)^3 + c(x-3) + 3$

als Trägerfunktion von rekursiven Folgen.



Gezeichnet ist oben für  $c=1.8$  und eine Folge, die mit  $x_0=7$  gegen E mit  $x_E=5.68$  stebt.

- Markieren Sie mit verschiedenen Farben auf der x-Achse alle Bereiche für Startwerte  $x_0$  so dass
  - die Folge gegen  $x_E=5.68$  stebt,
  - die Folge gegen  $x_E=0.32$  stebt,
  - die Folge gegen Unendlich stebt,
  - die Folge gegen  $x_W=3$  stebt.

b) Berechnen Sie die Wendesteigung. Welche Bedeutung bekommt dadurch  $c$ ?

c) Zu dem Graphen sind noch die Tangenten in E und D und die Senkrechten auf die Winkelhalbierende  $y=x$  in E und D gezeichnet. Äußern Sie sich im Folgenden **verbal, unterstützt von Freihandskizzen (mind. 6)**, die das Verhalten von Folgen für die wesentlichen Fälle zeigen. Sagen Sie dabei, was es nützt, in einer dynamischen Realisierung die gestrichelten Geraden eingezeichnet zu haben. Hätten Sie Weiteres eingezeichnet?:

Wie verändert sich das Bild, wenn  $c$  von diesem Wert  $c=1.8$  aus

- wächst?
- abnimmt bis 1?
- weiter abnimmt bis -1?
- noch weiter abnimmt?

*Anmerkung: Jeder Aufgabenschritt erhält entsprechend seinem Aufwand angemessene Punkte. Etwa 90% der so vergebenen Punkte werden die Bemessungsgrundlage 100%. Es werden Punkte aus allen Aufgaben gewertet. Also machen Sie alles, was Sie gut und flüssig können. Bei entdeckten Fehlern kommentieren Sie passend, rechnen Sie nicht neu. Vergraben Sie sich nicht lange in Termumformungen.*

*Gutes Gelingen*