

# Analysis I

Aufgabe 1 a) Beweisen Sie mit **Vollständiger Induktion**, dass gilt  $15 / 25^n - 10$ .

b) Für welches a und b ist Obiges ein Spezialfall der Aussage  $a / (a + b)^n - b$  ?

c) Gilt die Aussage  $a / (a + b)^n - b$  für jede Wahl von natürlichen Zahlen a und b?

## Aufgabe 2 Rinne

Mathix will eine Rinne aus drei gleich breiten Brettern bauen.

Durch sie soll möglichst viel Wasser fließen.

a) Mathix hat sich eine Zeichnung mit GeoGebra gemacht.

Warum sind die Kreise da?

b) Warum ist es sinnvoll, die Bretter symmetrisch anzuordnen?

c) Was wird die rote Kurve vermutlich zeigen? Klären Sie das an den Grenzfällen. In welchem Bereich ist sie physikalisch sinnlos.

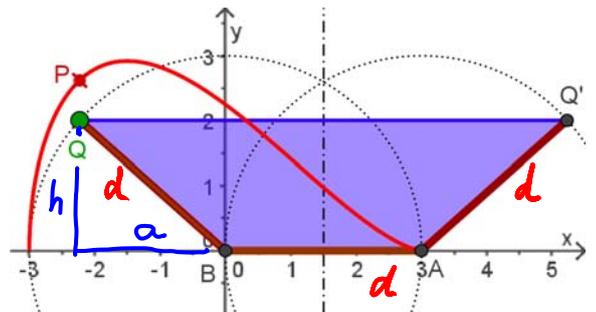
d) Stellen Sie selbst eine Gleichung für die Querschnittsfläche in Abhängigkeit von h und a auf.

Trapezformel  $F = \text{Mittelwert der parallelen Seiten} \cdot \text{Höhe}$

e) Nehmen Sie als Zielfunktion f das Quadrat dieser Fläche. Warum darf man das machen?

f) Welche Querschnittsfläche hat die Rinne, wenn die Seitenbretter senkrecht stehen? Prüfen Sie damit Ihre Formel.

g) Berechnen Sie nun die beste Lage für Q und geben Sie auch den größten Flächeninhalt an. Passt Ihre Lage von Q zu der Zeichnung?



## Aufgabe 3 Rekursion

Gegeben sind die Trägerfunktionen von Rekursionen:  $f_k(x) = k \cdot x - x^3$ .

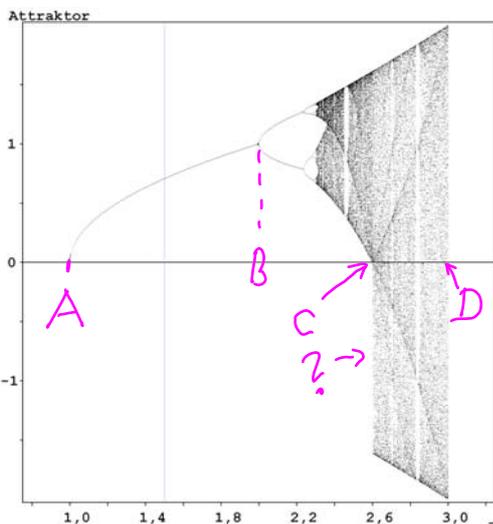
a) Berechnen Sie die Fixpunkte und die Steigung in den Fixpunkten in Abhängigkeit von k.

b) Für welche k ist der Ursprung ein anziehender Fixpunkt? Skizzieren in einem gemeinsamen Bild die beiden Grenzfälle und einen Fall dazwischen.

c) Für welche k sind die beiden anderen Fixpunkte anziehend?

Wählen ein  $f_k$  in dem Bereich, skizzieren Sie  $f_k$ , berechnen Sie für den Start  $a_0 = 0.1$  vier Folgenwerte, einen von Hand, und zeichnen Sie das passende Treppchen ein.

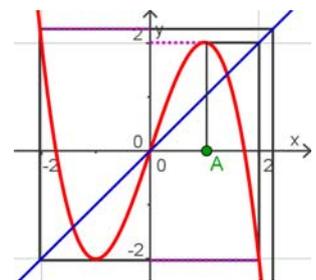
d) Berechnen Sie dasjenige k, für das der Extremwert 2 ist. Im rechten Bild ist k um ein Hundertstel größer. Was passiert für Ihr k mit der Folge für  $a_0 = 1$  ?



e) Beschreiben Sie, wie das Feigenbaumdiagramm entsteht.

f) Deuten Sie die Punkte A, B und D mit Ihren bisherigen Ergebnissen.

g) Überlegen Sie, was beim Punkt C passiert und warum das Feigenbaumdiagramm so plötzlich unten weitergeht.



*Anmerkung: Etwa 90% der so vergebenen Punkte werden die Bemessungsgrundlage 100%. Vergraben Sie sich nicht lange in Termumformungen. Bei TI-Ergebnissen nennen Sie den verwendeten Befehl und seine Eingaben.*

Gutes Gelingen