

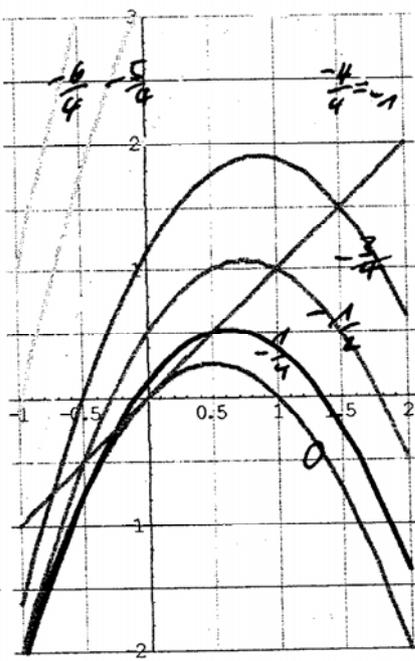
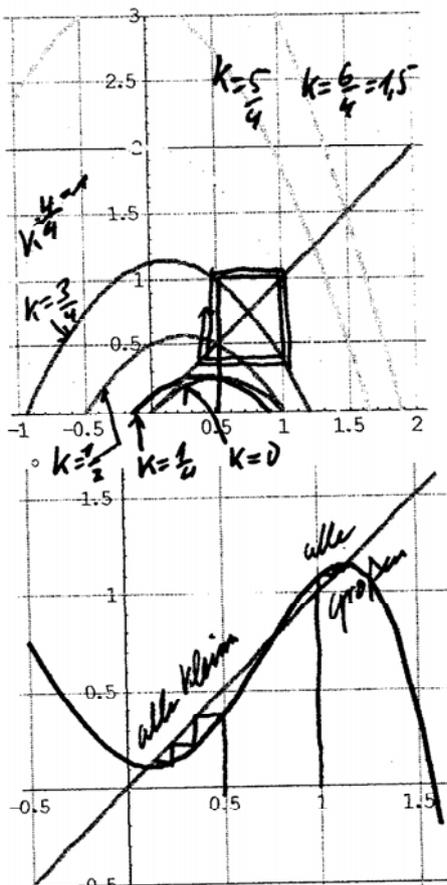


Aufgabe 1 Rekursion

Durch $f_k(x) = -x^2 + (1-k)x + 2k^2$

sind die Trägerfunktionen einer Familie rekursiver Folgen gegeben.

- a) Berechnen Sie die Fixpunkte. (Zur Sicherheit: $-2k$ und k)
- b) Ordnen Sie zu, welches k zu welchem Graphen gehört. (Nur volle Viertel für k)
- c) Berechnen Sie die Steigungen in den Fixpunkten.
- d) Zeigen Sie, dass die Fixpunkte im 3. Quadranten stets abstoßend sind.
- e) Für welche k sind die Fixpunkte im 1. Quadranten anziehend?
- f) Nebenstehend ist für $k=0,75$ die 2. Iterierte gezeichnet. Welchen Grad hat sie? Darunter stehen die Werte der zugehörigen Folge. Deuten Sie die Werte in dem passenden der obigen Graphen und im Graphen der 2. Iterierten.



- g) Darunter sehen Sie das Feigenbaumdiagramm in der Weise, dass nach oben k aufgetragen ist. Erläutern Sie das Diagramm. Wie zeigt sich der Fall aus f) darin?

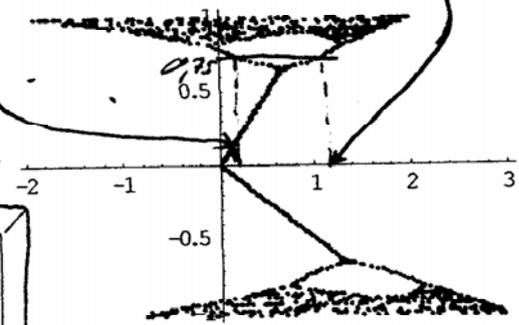
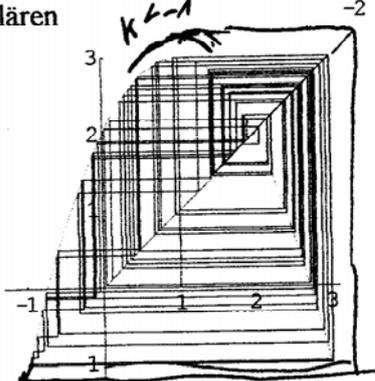
{0.5, 1., 0.375, 1.07813, 0.232178, 1.12914, 0.132332, 1.14057, 0.10924, 1.14038, 0.109635, 1.14039, 0.10961, 1.14039, 0.109612, 1.14039, 0.109612, 1.14039, 0.109612, 1.14039, 0.109612, 1.14039, 0.109612, 1.14039, 0.109612, 1.14039}

- h) Das Diagramm in g) reicht von $k=-1$ bis $k=1$. Das ist nicht als Ausschnitt genommen, sondern dort ist das Diagramm zuende. Das nachfolgende Bild, das für $k=-1$ gezeichnet ist, kann zur Erklärung dieses Verhaltens beitragen. Können Sie den Zusammenhang erklären und rechnerisch betätigen?

$k=1 \quad f_1(x) = -x^2 + 2x + 2$
 $f'_1(x) = -2x + 2$

Max. bei $x=1$
 $f_1(1) = -1 + 2 + 2 = 3$
 $f_1(3) = -9 + 6 + 2 = -1 = k$

Trifft genau den linken Fixpkt. für $k < -1$ wandert das Max höher, dann divergiert die Folge "bestimmt".



Eutyp. bei $k=+1$
 $f_1(x) = -x^2 + 2x + 2$
 $f'_1(2) = -4 + 2 = -2$ Fixpkt