

Klausur 3.7.02 Analysis

① $f_k(x) = -x^2 + (1-k)x + 2k^2$

a) Fixpunkte $f_k(x) = x$ $-x^2 + (1-k)x + 2k^2 = x$ 5
 $-x^2 + x - kx + 2k^2 = x$
 $x^2 + kx + (\frac{k}{2})^2 = 2k^2 + \frac{k^2}{4}$
 $(x + \frac{k}{2})^2 = \frac{9k^2}{4}$ Fixpunkte
 $x = -\frac{k}{2} \pm \frac{3}{2}k$ $x = -2k \vee x = k$

b) Zuordnung:
 3 rote k=0,5 \Rightarrow nicht Bild
 3 rote rose k=0,5 \Rightarrow -2k pos \Rightarrow Fix=1
 $\Rightarrow k = -\frac{1}{2}$

c) Steigungen $f'_k(x) = -2x + (1-k)$ 2
 $f'_k(k) = -2k + 1 - k = -3k + 1$ // $f'_k(-2k) = +4k + 1 - k = 3k + 1$

d) k pos $\Rightarrow x = -2k$ im 3. Q. $\Rightarrow 3k + 1 \geq 1 \Rightarrow$ absteigend. 4
 k neg $\Rightarrow x = k$ " 3. Q. $\Rightarrow -3k + 1 \geq 1 \Rightarrow$ " " 4

e) Ausziehung für $|f'_k(x_{fix})| \leq 1$ kommt nur für 1. Q. infrage

k pos $\Rightarrow x = k$ im 1. Q. $-3k + 1 \leq 1$ sicher 1
 $-1 \leq -3k + 1 \Leftrightarrow 3k \leq 2 \Leftrightarrow k \leq \frac{2}{3}$ 2
 k neg $\Rightarrow x = -2k$ im 1. Q. $3k + 1 \leq 1$ sicher 1
 $-1 \leq 3k + 1 \Leftrightarrow -2 \leq 3k \Leftrightarrow -\frac{2}{3} \leq k$ 2

also Ausziehung für $-\frac{2}{3} \leq k \leq \frac{2}{3}$ sicher

f) 2. Iterierte $f_k(f_k(x)) = -(f_k(x))^2 + \dots =$ nicht klar 2

Die 2. Iterierte ergibt ein Polynom 4. Grades.
 zeigt für $a_0 = 0,5$ jeden zweiten Wert 2

2 ob. wenn nicht eindeutig, dass diese Teilfolge konvergiert gegen 0,109612.
 mit 4 Für $a_1 = 1$ zeigt sich die Teilfolge aber anderen Werte: 1/1,078.../1,129... \rightarrow 1,14039 1

Also handelt es sich um einen Fall mit zwei Fixp. 4

g) Für das F. werden 50 Folgenglieder berechnet für ein festes k, denn werden 50 Pixel gezählt $(a_{51}, k), (a_{52}, k), \dots$
 Bei Konvergenz nicht mehr (a_i, k) , nur ein Pixel, also also (k, k) unten $(-2k, k)$ Daher auch die Geraden Striche.
 Dann passiert in der Höhe $k = \frac{2}{3}$ bzw. $k = -\frac{2}{3}$

3 zu ob. die Bifurkation, siehe f). Dann wird es eine Katastrophe geben sind ab etwa $k = 0,9$ liegt "Chaos" vor.

h) Man kann erkennen, dass sich für $k > 1$ bestimmte Divergenz ergibt, Beding. 2. Blatt.