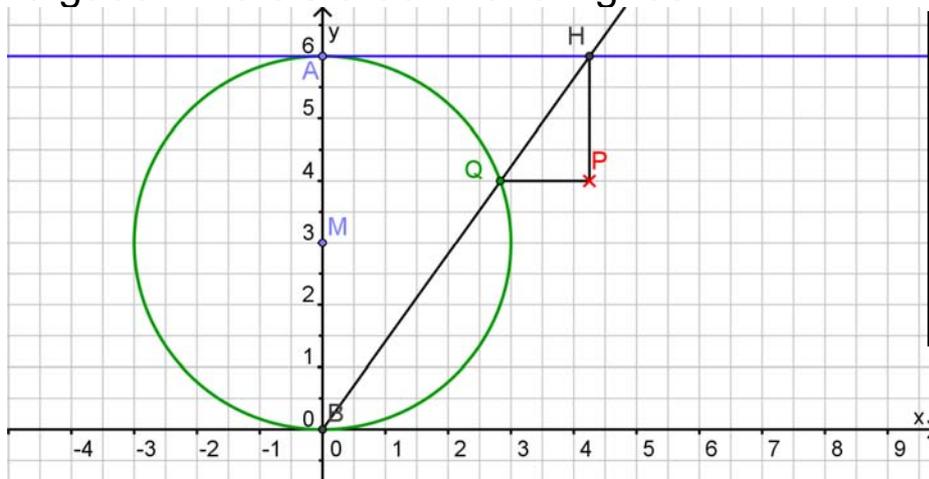


Teil a) Algebraische Kurven

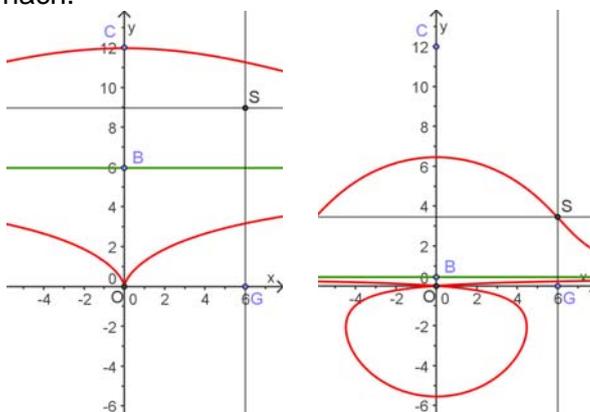
Aufgabe 1 Versiera der Maria Agnesi



Geschichtliches:
 Maria Agnesi untersuchte diese Kurve 1748 in ihrem Buch *Instruzioni Analitiche*. In altitalienisch heißt „versiera“ sowohl „frei beweglich“ als auch „Hexe“. In Englisch heißt die Kurve nun „**Witch of Agnesi**“. Schon früher hatte Fermat die Kurve untersucht.

Konstruktion: Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius a , wie oben gezeigt. Die Gerade durch Q und den Ursprung schneidet die Parallele zur x -Achse in H . Aus der Ordinate von Q und der Abszisse von H ergibt sich P in der gezeigten Weise. Gesucht ist die Ortskurve von P , wenn Q auf dem Kreis läuft.

- a) Konstruieren Sie die Ortskurve punktweise (etwa 5 Punkte und ihre Spiegelungen).
- b) Beschreiben Sie die Form. (Sicherer Punkt, Asymptote, Form ...)
- c) Leiten Sie die implizite kartesische Gleichung der Versiera als Kurve 3. Grades mit Parameter a her.
- d) Weisen Sie $S_{1,2} = (\pm 2a, a)$ sowohl rechnerisch als auch geometrisch als sichere Punkte nach.



e) Die beiden Hundekurven links haben die Gleichung $(x^2 + y^2)(b - y)^2 = 36y^2$ wobei $B=(0,b)$ ist. Zeigen Sie, dass $y=b$ Asymptote ist und dass die Leinenlänge $k=6$ ist.

- e)
- f) Leiten Sie die Polargleichung der obigen Hundekurven aus der impliziten Darstellung her.
- g) In den Hundekurvendarstellungen ist noch der Punkt S eingezeichnet, der für die Versiera der sichere Punkt aus d) ist. Stellen Sie für den konkreten Fall mit S an der Stelle 6 eine Gleichung auf, aus der man b bestimmen könnte.
- h) Stellen Sie sich die rechte Hundekurve noch um b nach unten verschoben vor. Dann würden der Hochpunkt, der Punkt S und die Asymptote mit der Versiera zusammenfallen. Warum würde die Gleichung dennoch nicht die Gleichung der Versiera werden?