Esrte Staatsprüfung für das Lehramt an Berufsbildenden Schulen Prof. Dr. Dörte Haftendorn (Mit CAS-Taschenrechner TI-voyage)

September 2005

## Aufgabe 1 Analysis "Polar-Blume"

Es ist  $r(\varphi) = \frac{1}{\varphi - 1} \cos\left(\frac{\pi}{2}\varphi\right)$  gegeben.

- a) Entwickeln Sie einen kartesischen Graphen hierzu aus zwei Bausteinen für  $\varphi \ge 0$ . (Siehe auch Teil c)
- b) Rechts ist der Polar-Graph im Intervall [2, 10] dargestellt. Zeichnen Sie rechts ein Koordinatensystem ein und bestimmen Sie für Anfangs- und Endpunkt Gradmaß, Radius und kartesische Koordinaten. Kennzeichnen Sie in Ihrem Bild aus a) die Entsprechungen dieser drei Blätter.
- $\lim r(\varphi)$ . c) Bestimmen Sie exakt  $\varphi \rightarrow 1$

Warum zeigt der TI im 3. Quadranten eine Lücke? Zeichnen Sie hier (durch den Text hindurch) die Polarblume von  $\varphi = 0$  an. Wie sieht sie für immer größer werdende Winkel aus?

- d) Bestimmen Sie numerisch mit TI und mit dem Keplerverfahren den Flächeninhalt des größten der oben dargestellten Blätter.
  - Ermitteln Sie auch einen groben Näherungswert durch Einzeichnen und Auswerten einer elementaren Figur.
  - Erkären Sie, warum das Keplerverfahren hier keinen sonderlich guten Wert liefert.
- e) Bestimmen Sie für dieses Blatt den vom Ursprung am weitesten entfernten Punkt als relatives Maximum von r (mit Ableitung von Hand, numerische Auswertung der Ableitung mit TI).
  - Welche Möglichkeiten haben Sie, ohne Ableitung an numerische Werte zu kommen? Warum kann man keine exakten Werte anstreben?
- f) In einem Dynamischen-Mathematik-System könnte man in der gezeigten Art Kreise "aufziehen". Begründen Sie, warum es für jedes Blatt genau einen solchen "Berührkeis" aibt.

Beziehen Sie dies auf Ihre bisherige Aufgabenbehandlung. Was lässt sich zu der Folge der Kreisradien und der Folge der Winkelstellungen der Berührpunkte B, C, D,... sagen?

