Staatsexamen-Folgen und Rekursion

Kosinus

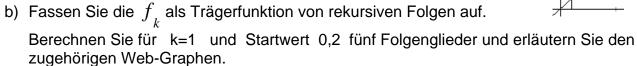
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg,

Mai 2006

Es ist die Schar f_k mit $f_k(x) = \cos(kx^2)$ gegeben.

a) Entwickeln Sie die Graphen hierzu als Verkettung. Beschreiben Sie die Graphen in

Worten. Gehen Sie auf dieses vom Graphenzeichner gelieferte Bild ein:



c) Bestimmen Sie den Fixpunkt für k=1 mit zwei verschiedenen Methoden und zeigen Sie auf zwei Arten, dass es sich um einen anziehenden Fixpunkt handelt. (Eine Ableitung ist "von Hand" zu zeigen.)

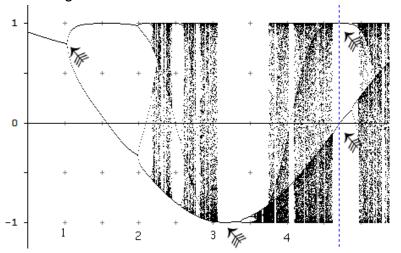
d) Bestimmen Sie exakt ein k so, dass das erste linke Minimum von f_k in den Punkt M=(-1/-1) fällt. Erläutern Sie, warum M dann ein Fixpunkt mit superschneller Konvergenz ist. Skizzieren Sie das Verhalten der Folgen mit Startwerten in der Nähe von -1.

e) Sie sehen rechts einen Teil des Feigenbaumdiagramms für diese Schar.

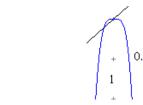
 a. Erläutern Sie das Zustandekommen eines Feigenbaumdiagramm s grundsätzlich.

b. Erläutern Sie das
Verhalten bei den
beiden linken Pfeilen.
Stellen Sie eine
Verbindung zu Obigem
her.

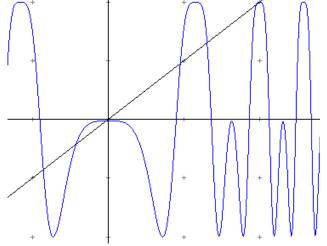
so aus.



 c. Der senkrechte blaue Strich ist bei k=4,7. Klären Sie das Verhalten an den beiden rechten Pfeilen durch eine geeignete Untersuchung mit Ihrem Folgenzeichner. Beziehen Sie auch den rechten Graphen der 2. Iterieren in Ihre Betrachtungen ein. Die Berührung rechts sieht im Zoom



f) Wie geht das Feigenbaumdiagramm über den gezeichneten Bereich hinaus rechts und links weiter?



Dies ist eine von 3 Aufgaben für 4 Std., TI voyage vorhanden