Aufgabe 1 Analytische Geometrie

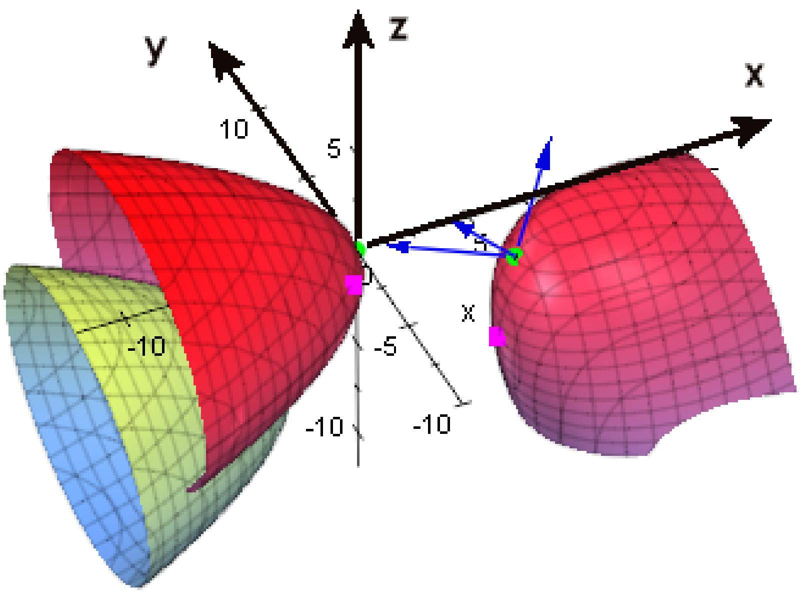
Es geht um die Quadrik

$$\boxed{2x^2+5y^2+2z^2-2xy+4xz-2yz-48x+54y-18z+273=0}$$

a) Stellen Sie die zughörige Vektorgleichung mit der Matrix A und dem Vektor a^T auf. Es bleibt Ihnen überlassen, ob Sie Vektorpfeile schreiben oder nicht.

b) Bestimmen Sie Eigenwerte von A. Erläutern Sie dabei den Ansatz und beschaffen Sie die Werte wie Sie möchten. Sortieren Sie die EW nach der Größe.

c) Bestimmen Sie die Eigenvektoren (einen von Hand, die anden mit Methoden Ihrer Wahl) und stellen Sie die Transformationsmatrix auf. (Terme, keine Dezimalzahlen)



d) Warum ist es sinnvoll, die Eigenvektoren als Rechtssystem zu wählen? Was ist die Wirkung einer anderen Orientierung als in der Zeichnung?

e) Stellen Sie die transformierte Quadrikgleichung auf. Ergebnis zur Sicherheit: $\boxed{3y^2+6z^2+15\sqrt{2}\ x-4\sqrt{3}\ y+29\sqrt{6}\ z+273=0}$
Es reicht, wenn Sie einen der linearen Terme von Hand bestimmen, die anderen lesen Sie hier ab.

f) Bestimmen Sie die nun noch nötige Verschiebung und geben Sie die endgültige Hauptform an. Um welchen Quadriktyp handelt es sich? Was gibt Ihnen die Sicherheit, dass es sich bei der Zeichnung nicht um ein unzureichendes Fenster handelt?

g) Welches Urbild hat der Scheitel? Wesentlich ist der Ansatz.

h) Zeigen Sie, dass der Punkt $R=(4,-5,-2)$ auf der gegebenen Quadrik liegt. Er ist als lilafarbenes Quadrat eingezeichnet. Bestimmen Sie sein Bild unter der Drehung und unter der gesamten Hauptachsentransformation.

i) In e) haben Sie verwendet, dass A "diagonalisiert" werden konnte. Wodurch sichert man im diesem Kontext die Diagonalisierbarkeit ab?