

### Aufgabe 1 Lineare Algebra, Geometrie

Mit der Matrix  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  ist eine Affine Abbildung definiert.

a) Welches ist die Abbildungsgleichung? Berechnen Sie das Bild  $R'$  der rechten oberen Ecke  $R$  des Standard-L.

b) Warum handelt es sich sicher um eine Drehstreckung? Begründen Sie die allgemeine Drehmatrix.

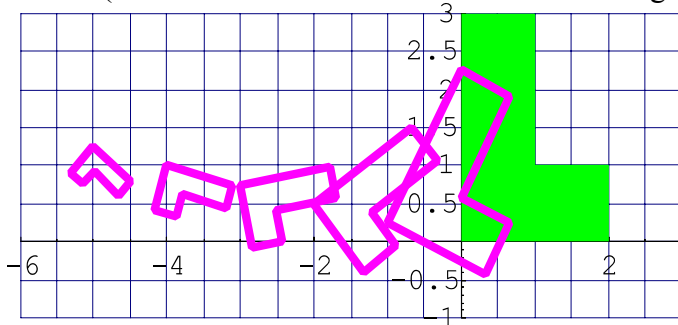
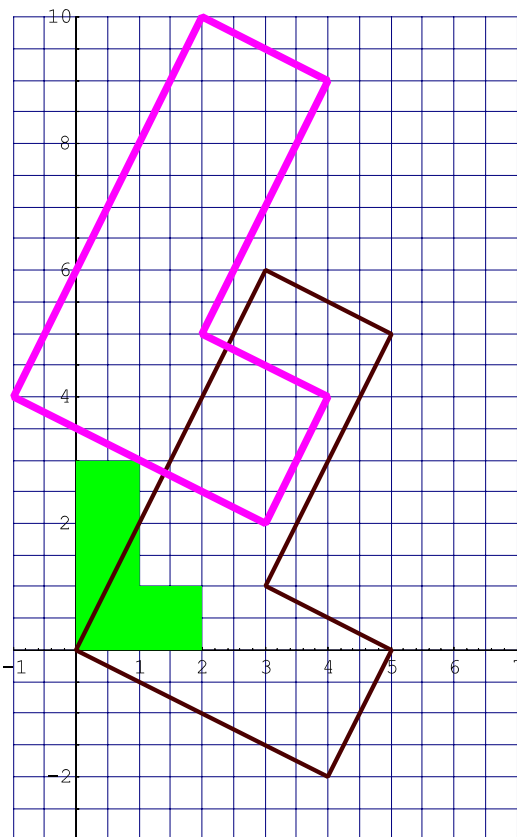
Berechnen Sie den Drehwinkel für  $A$ .

c) Geben Sie die Abbildungsgleichung für die Gesamtabbildung (Drehstreckung mit Translation an)

d) Im Folgenden ist mit  $B = \frac{1}{3} A$  und  $\vec{t} = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

gewerkelt worden.

Wie kann das Ausgangs-L direkt auf das n-te L abgebildet werden? (Konkret als 5 Formeln mit  $B$  und  $t$  und allgemein.)



Strebt die Folge der kleiner werdenden "L" gegen eine feste Stelle der Ebene oder gegen Unendlich?

### Aufgabe 2

#### Analysis, Taylorreihen

Es geht um die Funktion  $f$  mit:

$$f(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$$

a) Leiten Sie die Taylorreihe von  $f$  aus der Taylor-Reihe der üblichen e-Funktion her.

b) Deuten Sie begründet die nebenstehenden Graphen.

c) Leiten Sie die Parabel-Näherung für  $f$  nochmals her, nun aber direkt aus der Definition für Taylorreihen.

d) Berechnen Sie für  $f$  die Wendestellen und stellen Sie einen Zusammenhang zu der Glockenkurve der Standard-Normalverteilung von Gauss her.

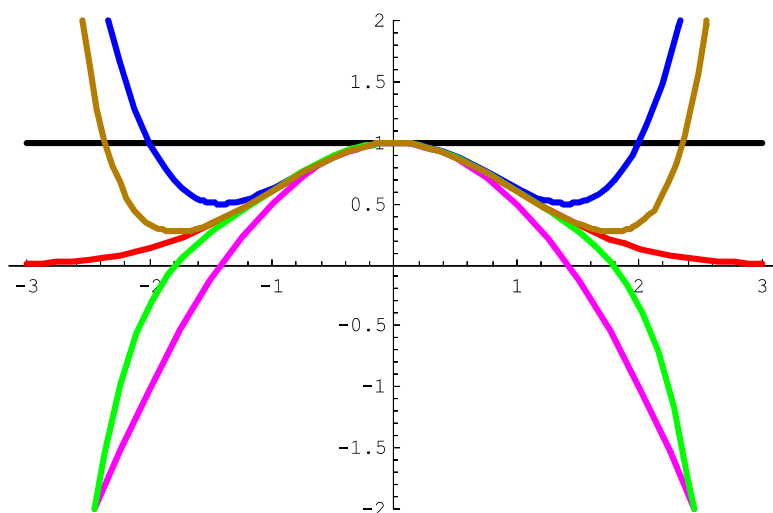
e) Berechnen Sie näherungsweise die Fläche zwischen den Wendestellen

e1) mit der Simpsonformel

e2) mit Taylor-Parabel-Näherung

e3) mit dem Vergleich mit der Glockenkurve aus d)

f) In welcher Weise können Sie sich Taylorreihen im Schulunterricht vorstellen? Würden Sie auf Restgliedbetrachtungen eingehen oder sehen Sie andere Möglichkeiten Genauigkeiten zu betrachten.



### Aufgabe 3

#### Analysis, Polynome

Es geht um Polynome der Bauart:

$$f(x) = t x(x^3 - 2a x^2 + b)$$

a) Beweisen Sie, dass es den gezeichneten "Panterkäfig" für diesen Typ immer gibt.

b) Verwenden Sie im Weiteren den Spezialfall:

$$f(x) = \frac{1}{12} x(x^3 - 6x^2 + 32)$$

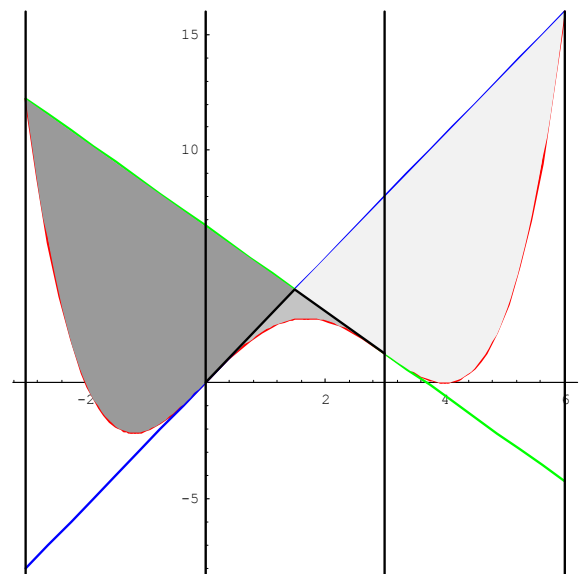
b1) Zeigen Sie dass die gezeichneten, zwischen Wendetangente und Kurve gelegenen Flächen links und rechts gleich groß sind.

b2) Zeigen Sie an diesem Beispiel, dass die Gerade, die den Ursprung mit der linken oberen Ecke verbindet, die in b) gemeinte linke Fläche halbiert.

b3) Entwerfen Sie eine Strategie, wie man die Stellen finden könnte, an denen die Tangente an den Graphen "von unten" die Steigung den Verbindung von R und S hat.

c) Welche Chancen bieten sich für einen Schulunterricht durch die Besonderheiten, die schon die Polynome zeigen? Welche Rolle spielen dabei die Graphikfähigen Taschenrechner GTR und die Computer-Algebra-Systeme CAS?

$$f(x) = \frac{1}{12} x(x^3 - 6x^2 + 32)$$



#### Anmerkung:

Die Aufgabenteile werden entsprechend ihrem Anspruch und Aufwand mit Punkten bewertet, daher sind die Aufgaben und Aufgabenteile nicht gleich gewichtig. Verwenden Sie nicht zu viel Zeit auf einen Aufgabenteil, suchen Sie nicht lange nach eventuellen Fehlern, sondern stellen Sie ihre Gedanken knapp dar.

Für die verbalen Teile aus der Fachdidaktik reicht i.w. eine halbe Seite, schreiben Sie mehr, kann das in die Wertung zusätzlich eingehen.

Sie müssen aus den Sachgebieten Geometrie **und** Analysis angemessene Anteile bearbeiten.

Unter dieser Voraussetzung reichen etwa 40% der Punkte um zu bestehen.

*Gutes Gelingen!*