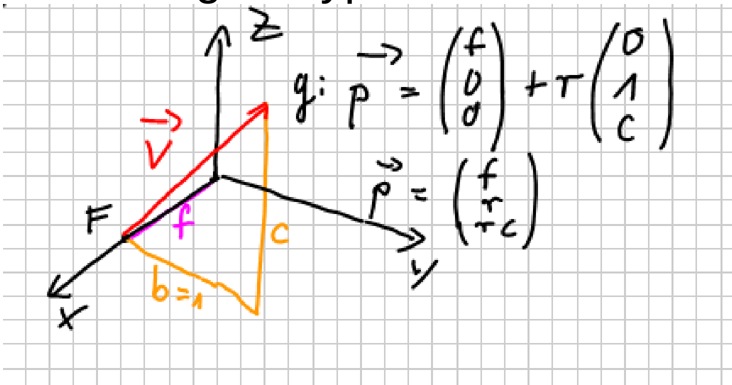
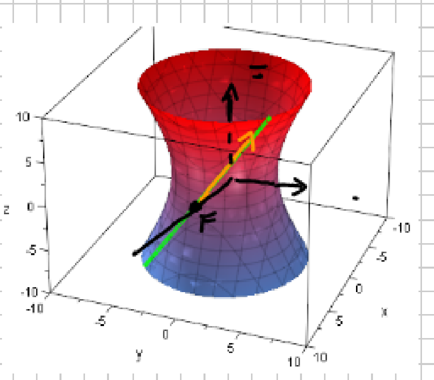
Einschaliges Hyperboloid mit MuPAD





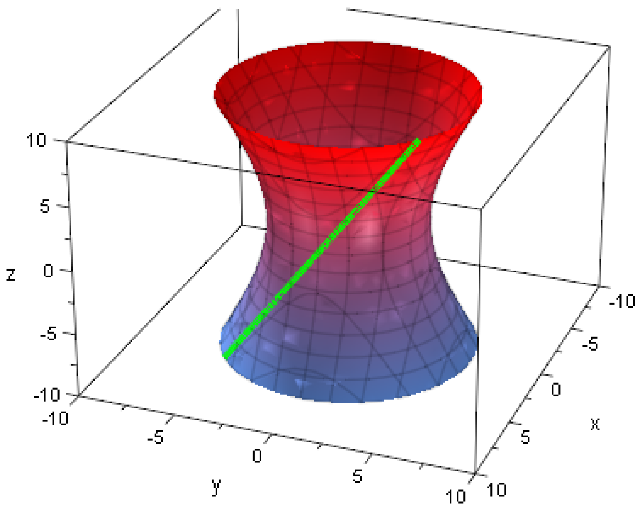
f=4 und c=2 in der Zeichnung. Diese Gerade soll nun rotieren um die z-Achse, Drehmatrix $A = \begin{pmatrix} \cos(t) & -\sin(t) & 0 \\ \sin(t) & \cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

$\vec{p}\,' = A\vec{p} = \begin{pmatrix} \cos(t) & -\sin(t) & 0 \\ \sin(t) & \cos(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f \\ r \\ rc \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f\cos(t) - r\sin(t) \\ f\sin(t) + r\cos(t) \\ r\,c \end{pmatrix}$ Nun $r = \frac{z}{c}$ ergibt

$x^2 + y^2 - \frac{z^2}{c^2} = f^2$ und das ist offensichtlich die Gleichung eines Rotations-Hyperboloids.

Sonderfälle

Zylinder $\vec{p} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$



So erhält man einen Zylinder, denn dann sind g und z-Achse nicht windschief sondern sind parallel

Kegel $\vec{p} = \begin{pmatrix} f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ c \end{pmatrix}$

So erhält man einen Doppelkegel, denn dann sind g und z-Achse nicht windschief sondern schneiden sich.

Volumen $y=0$ $\quad x^2 = f^2 + \frac{z^2}{c^2}$ $\quad V = \pi \int_0^h x^2 \, dz \cdot 2$

Mit f=4 und c=2 und h=10 (Gesamthöhe 20) ergibt sich $V = \frac{1460}{3}\pi = 466{,}\bar{6}\,\pi$

Datei in MuPAD 4 Datei hypar-mu.mn