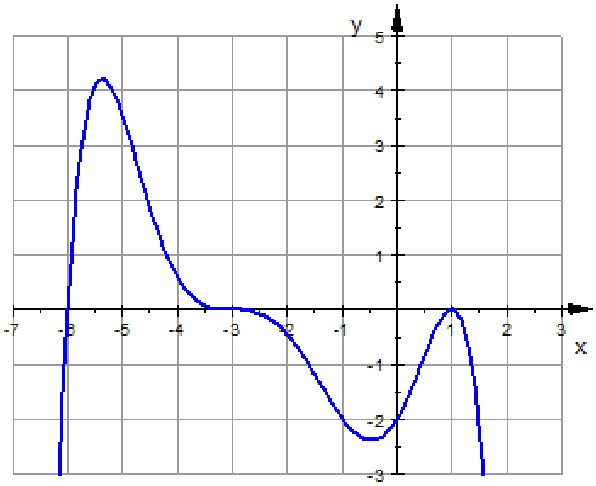
Übung Analysis I

Prof. Dr. Dörte Haftendorn 11. Juli 2006

Aufgabe Polynome



Sie sehen rechts ein Polynom mit seinen sämtlichen Nullstellen.

a) Stellen Sie erläutert eine zugehörige Gleichung minimalen Grades auf. Bestimmen Sie den Stauchfaktor genau.

b) Zeichnen Sie den Graphen "nach Sicht" auf kariertem Papier ab und darunter mit "Felder-abstreichen" die graphische Ableitung. Zeichnen Sie darunter auch die zweite Ableitung. Markieren Sie die gegenseitigen Bezüge deutlich.

c) Die Ableitung hat folgende Darstellung: $f'(x) = -\frac{1}{81}(x+3)^2(x-1)(6x^2+35x+15)$
Beziehen Sie dies auf Ihre graphische Ableitung und berechnen Sie die fehlenden Extremstellen.

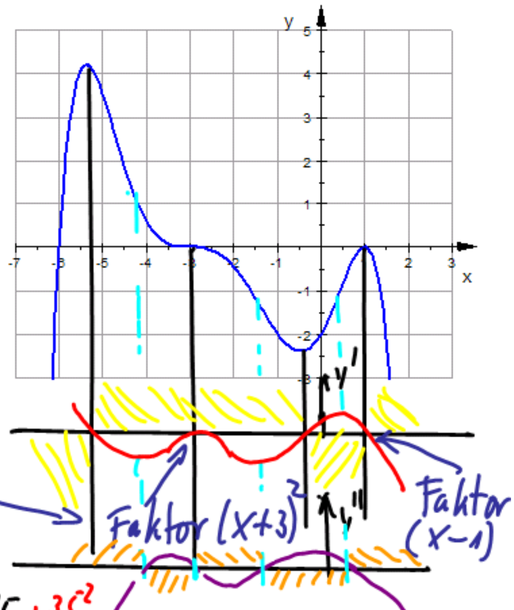
d) Mathix meint, aus der ausmultiplizieren Form
$f'(x) = -\frac{1}{81}\left(6x^5+65x^4+208x^3+126x^2-270x-135\right)$ hätte man die Klammerdarstellung aus c) auch selbst finden können. Führen Sie hierzu einen Schritt deutlich durch, deuten Sie das Weitere nur an.

a) $f(x) = -t\,(x+6)(x+3)^3(x-1)^2$

einfache Nst. | Sattel bei -3 | Berührung bei $+1$

$f(0) = -2 = -t\, 6\cdot 3^3 \cdot 1^2 \Rightarrow t = \frac{1}{3^4} = \frac{1}{81}$

Also $f(x) = -\frac{1}{81}(x+6)(x+3)^3(x-1)^2$



c) geg: $f'(x) = -\frac{1}{81}(x+3)^2(x-1)(6x^2+35x+15)$

Faktoren * aus der Graphik

$f'(x)=0$ liefert alle Nullstellen zu $x=-3$ doppelt, $x=1$ einfach

kommen hinzu die Lösungen von $6x^2+35x+15=0$

d) Wegen * kann man das Horner-schema für $x=-3$ dopp. und $x=+1$ ..... durchziehen

$x^2 + \frac{35}{6}x + \left(\frac{35}{12}\right)^2 = -\frac{15}{6} + \frac{35^2}{12^2}$ ... $x = -5{,}36\ldots$ $x = -0{,}46\ldots$ passt.

	6	65	208	126	−270	−135
−3		−18	−141	−201	+225	+135
	6	47	67	−75	−45	0

So weiter mit -3, $+1$

Es wird bleiben: 6 35 15 $\Rightarrow$ Faktor $(6x^2+35x+15)$.