Extrema und Wendepunkte

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, 24. April 2007

Im Folgenden sei f eine reelle Funktion , für die f(a) existiert. f sei in einer Umgebung von a zweimal stetig differenzierbar (=diff'bar), unstetige Funktionen, Knicke und oszillierende Funktionen werden hier nicht betrachtet. Unter Extrema sollen hier nur solche mit waagerechten Tangenten verstanden werden. Randextrema werden nicht einbezogen.

Nr	Aussage	w / f	$\Leftrightarrow$	Bemerkung, Skizze
10	a ist genau dann Wendestelle von f , wenn a Extremstelle von $f\,'$ ist.			
11	a ist Wendestelle von $f \Rightarrow f\,''(a)=0$			
12	$f\,''(a)=0$ ist eine notwendige Bedingung für eine Wendestelle a von f .			
13	$f\,''(a)=0 \Rightarrow a$ ist Wendestelle			
14	Wechselt $f\,''$ an der Stelle a das Vorzeichen, dann hat f dort einen Wendepunkt.			
15	$f\,''(a)=0 \wedge f\,'''(a)\neq 0$ ist eine notwendige Bedingung für einen Wendepunkt von f an der Stelle a.			
16	$f\,''(a)=0 \wedge f\,'''(a)\neq 0$ ist eine hinreichende Bedingung für einen Wendepunkt von f an der Stelle a.			
17	Hinreichend für einen Wendepunkt von f an der Stelle a ist $\left(f^{(i)}(a)=0 \text{ für } 2\leq i\leq 4\right)\wedge f^{(5)}(a)\neq 0$			Verallgemeinert:
18	f hat an der Stelle a einen Wendepunkt genau dann, wenn $f\,''$ an der Stelle a das Vorzeichen wechselt. (VZW)			
19	Das VZW-Kriterium für $f\,''$ ist notwendig und hinreichend für einen Wendepunkt von f .			
20	Jede in a stetige Funktion ist diff'bar in a .			
21	Jede in a diff'bare Funktion ist stetig in a .			
22	Wenn der Grenzwert des Differenzenquotienten in a existiert, ist f diff'bar in a .			
23	Nur wenn der Grenzwert des Differenzen-quotienten in a existiert und eindeutig ist, ist f diff'bar in a .			
24	Nullstellen von $f\,'$ mit ungerader Vielfachheit sind sicher Extremstellen von f . Nullstellen von $f\,''$ mit ungerader Vielfachheit sind sicher Wendestellen von.			
25	Zwischen zwei benachbarten Nullstellen einer stetigen Funktion muss es mindestens eine Extremstelle geben.			
26	Zwischen zwei benachbarten Nullstellen von $f\,'$ muss es mindestens eine Wendestelle von f geben.			