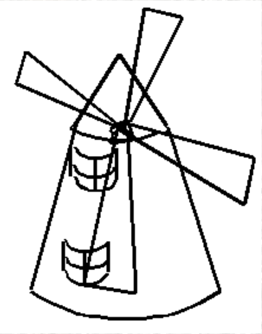
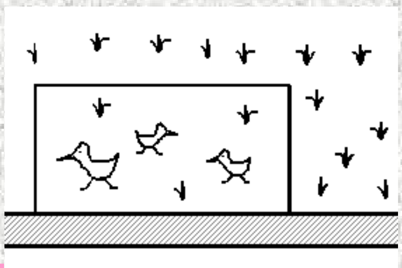
Extemwertaufgaben anschaulich

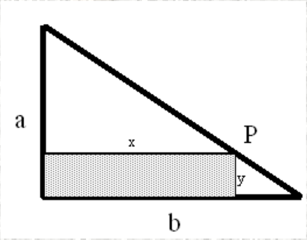
Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)



- Einstimmung
  - Wasserbehälter im Dach einer Mühle
  - Rechteckige Glasscheibe aus Glasrest
  - Hühnerhof einzäunen



- Hilfen
  - Anleitung zur Erstellung
  - Elementare Hilfen zu Ti-Cabri
  - Hilfen zum Gebrauch fertiger interaktiver Tools



- Lösungen
- Didaktisches

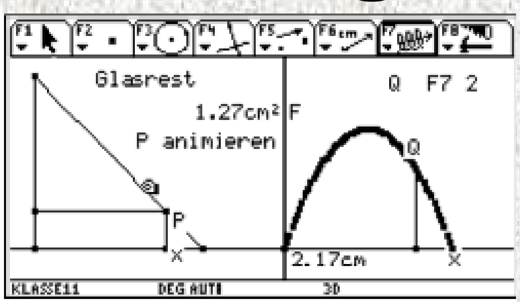
Einstimmung, Erläuterung

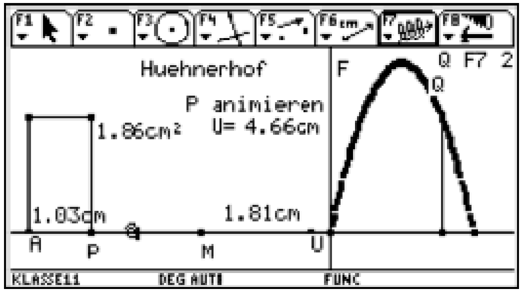
- Geometrische Situation
- Zielfunktion
- Gemeinsam darstellen

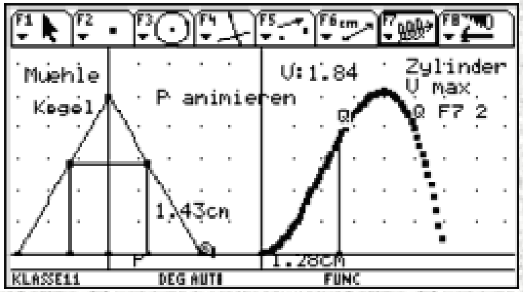
Dieses wird vorbereitet.
Dann erkunden die Schüler.

- Dynamisch variieren
- Beobachten
- Vermuten
- Rechnerische Lösung

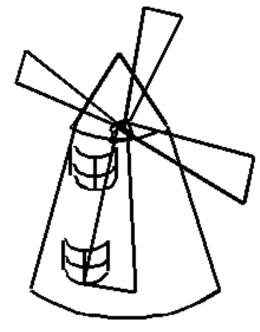
+Aufgaben-
variationen



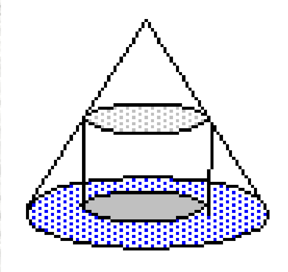




Wasserbehälter im Dach einer Mühle



- Mathilde will in einer Mühle ein kleines Café eröffnen.
- In dem kegelförmigen Dach der Mühle soll nun ein zylindrischer Wasserbehälter mit möglichst großem Volumen aufgestellt werden.



- Das Dach hat eine Höhe von 2,5 m und unten einen Durchmesser von 3 m.
- Welche Maße muss der optimale Zylinder haben?

Erweiterte Aufgabenstellung

Erweiterte Aufgabenstellung

Mühle

- Erkunde die Zusammenhänge der Aufgabe.
- Welche Grenzlagen kann der Zylinder einnehmen? Liegt die Form, die maximales Volumen liefert, in der Mitte zwischen den Grenzlagen?
- Von welchem Funktionstyp könnte die Volumenfunktion sein?
- Welche optimale Form ergibt sich aus der Zeichnung?

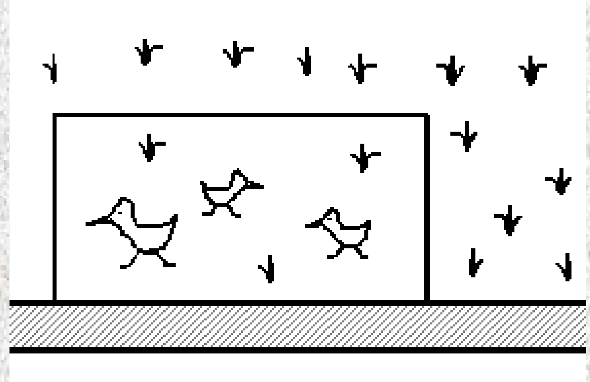
- Stelle Formeln für die Zielgröße V und die Nebenbedingungen auf.
- Stelle eine Formel für die Zielfunktion V(d) auf.
- Bestimme das Maximum rechnerisch.
- Wie viel Prozent des Dachvolumens können auf diese Weise für den Wasserbehälter genutzt werden.
- Wie viel wiegt das Wasser in dem Behälter dann?

- Mathilde hat sich inzwischen die Maße des besten Zylinders ausgerechnet. Die Firma, die den Behälter liefern soll, stellt in dieser Größenordnung folgende Typen her:
- A(d=2m, h=0,8m), B(d=1,9m, h=1m), C(d=1,8m, h=1m)
- D(d=2,1m, h=0,75m)
- Welchen Typ soll Mathilde bestellen?

- Ist eine andere Form als ein Zylinder geeigneter? Berücksichtige aber, dass eine Sonderanfertigung, die sich dem Dach genau anpasst, aus Kostengründen nicht in Frage kommt. Gummiblasentanks werden bis zu einem Inhalt von 2 m^3 hergestellt.

Hühnerhof

- Mathix hat noch 20 m Maschendraht übrig.
- Er möchte damit an der Scheunenwand einen möglichst großen rechteckigen Hühnerhof einzäunen.
- Welche Maße soll er für Länge und Breite wählen?



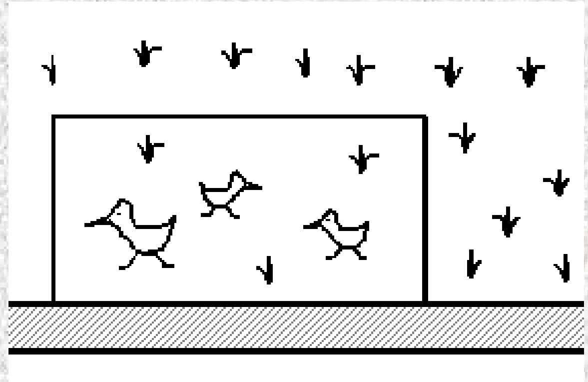
Erweiterte Aufgabenstellung

Erweiterte Aufgabenstellung

Hühnerhof

- Erkunde die Zusammenhänge der Aufgabe.
- Mache dir klar, dass mit jeder Wahl der Breite eine bestimmte Höhe und damit auch ein bestimmter Flächeninhalt des Hühnerhofes festliegt.
- Welche “unsinnigen” Hühnerhof-Formen ergeben sich als Grenzfälle? Liegt die Form, die maximale Fläche liefert, in der Mitte zwischen diesen Grenzlagen?
- Von welchem Funktionstyp könnte die Flächenfunktion sein?
- Welche optimale Form ergibt sich aus der Zeichnung?
- Kann man jetzt schon eine sichere Aussage machen?

- Stelle Formeln für die Zielgröße F und die Nebenbedingung auf.
- Stelle eine Formel für die Zielfunktion F(h) auf.
- Bestimme das Maximum und die optimale Form rechnerisch.

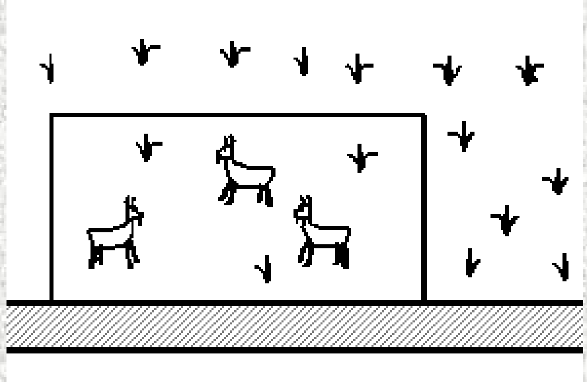


- Versuche, die Aufgabe mit beliebigem U zu lösen.
- Kann Mathix in der Bauernzeitung unter der Rubrik Gute Tipps eine brauchbare Regel für solche Fälle angeben?

Aufgabenvariationen

Ziegenwiese

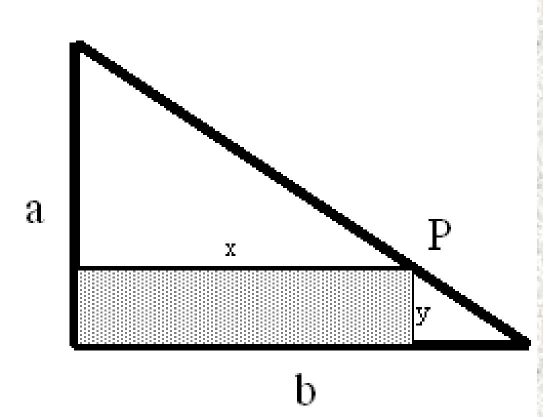
- Bauer Frühauf will am Fluss $30m^2$ einer Wiese als Weide für drei Ziegen einzäunen.
- Welche rechteckige Form muss die Weide haben, damit er möglichst wenig Maschendraht braucht?
- Wie sieht es mit anderen Formen aus? (Halbkreis, halbe Ellipse…)



- Was ist, wenn der einen Ecke der Wiese noch ein quadratischer Schuppen steht?

Glasrest

- Mathix will aus einem dreieckigen Glasrest eine möglichst große rechteckige Scheibe ausschneiden. Es kommt ihm auf möglichst großen Flächeninhalt an.

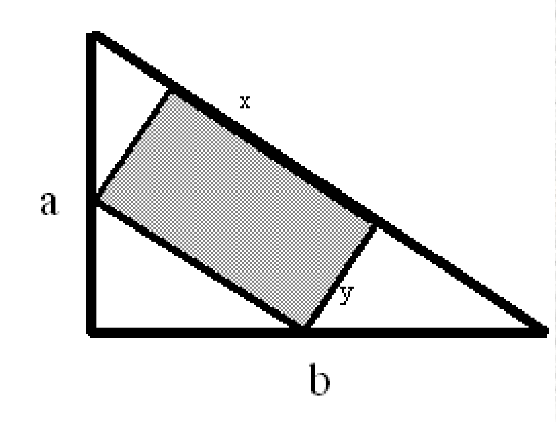


- Mache dir klar, dass Mathix für jede Lage von P auf der schrägen Kante eine Scheibe bestimmter Form erhält, die ihren eigenen Flächeninhalt hat.
- Bilde die Situation im Geometrieprogramm nach.
- Mathix will in der Zeitschrift der Glaserinnung eine Regel angeben, wie man bei solchen Glasresten die optimale Scheibe findet. Was sollte er schreiben?

Erweiterte Aufgabenstellung

Glasrest

- Kann Mathix einen größeren Flächeninhalt erhalten, wenn er die Scheibe **anders** legt?
- Für das Kirchenfenster, das Mathix in Arbeit hat, kann er auch halbkreisförmige Scheiben gebrauchen. Sollte er den Glasrest lieber für eine **Halbkreisscheibe** mit möglichst großem Flächeninhalt verwenden?



Anleitung zur Erstellung von interaktiven Extremwertaufgaben

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

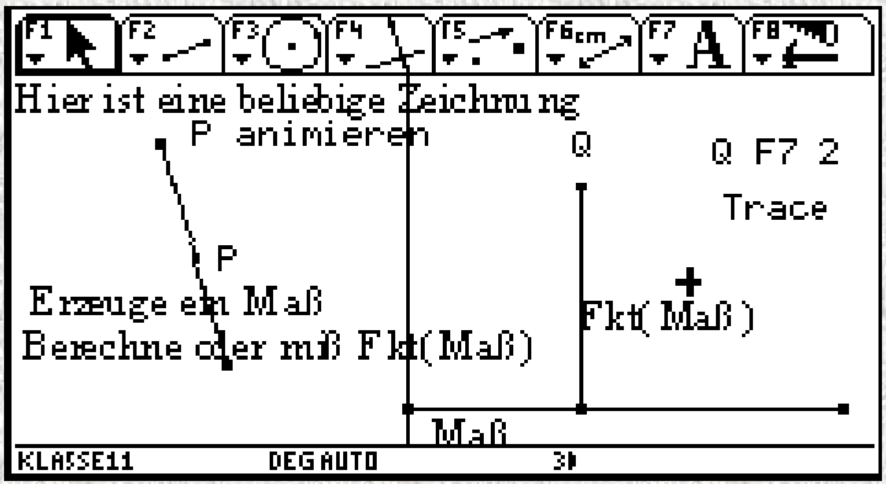
- Geeignet sind Aufgaben, bei denen die Zielgröße ein geometrisches Maß ist: (Länge, Winkel, Fläche, Volumen).
- 1. Verankere die Nebenbedingung NB geometrisch.
- 2. Konstruiere die Figur unter Verwendung der NB. Setze evt. F5 1 oder F4 9 ein.
- 3. Miss die variable Größe (das Maß) mit F6.
- 4. Berechne oder miss die Zielgröße Fkt(Maß). Verwende evt. die Messwerkzeuge in F6 (Länge, Fläche, Winkel, Steigung) und dann evt. F6 6, den Rechner.
- 6. Stelle ein "Koordinatensystem" her. Trage nach rechts mit F4 9 das Maß aus 3. ab.
- Errichte dort mit F4 1 eine Senkrechte, trage auf ihr mit F4 9 das Ergebnis aus 4. ab.
- Der so entstandene Endpunkt ist Q, der Punkt, dessen Spur die Kurve zeichnet, deren extremaler Wert gesucht ist.

Elementare Hilfen I

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

- Markieren
- Maß erzeugen

Markieren eines Objektes
F1 Enter   Damit wird der Pointer aktiviert.
Bewege den Cursor zu dem Objekt, das markiert werden soll, und zwar solange bis This Point oder This Segment   ..*oder was man markieren wollte*. erscheint. Dann tippe wieder Enter



Maß eines Objektes
Markiere das Objekt.
Verwende die Messwerkzeuge aus F6. (Länge, Fläche, Winkel, Steigung)

Elementare Hilfen II

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

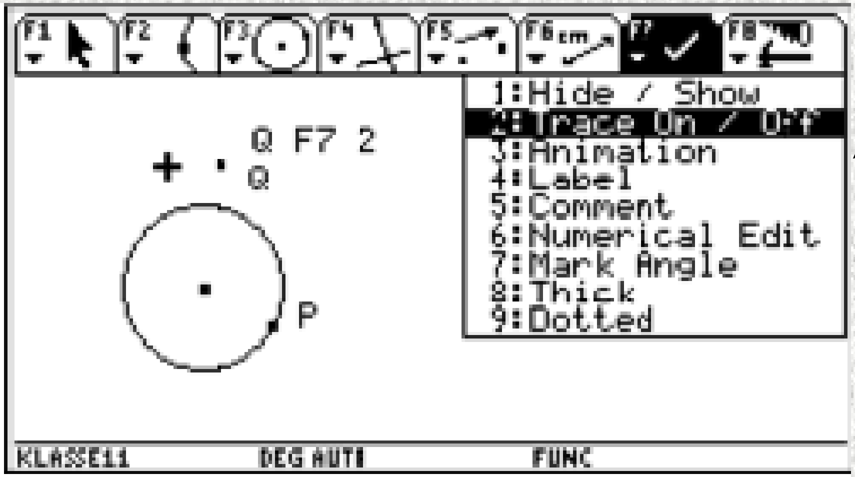
Für Q Trace-Modus einschalten

Tippe F7 2:Trace On/off Enter

Bewege den Cursor auf Q bis This Point erscheint, Enter

Bemerkung: Trace heißt Spur, nun ist eingeschaltet, daß Q beim Bewegen eine Spur hinterläßt.

Man kann für mehrere Objekte gleichzeitig den Spurmodus einschalten.



Grundsätzlich kann man nun den oft P genannten Punkt entweder ***ziehen oder animieren****. Ziehen ist etwas einfacher, animieren ist meist eindrucksvoller .*

Elementare Hilfen III

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

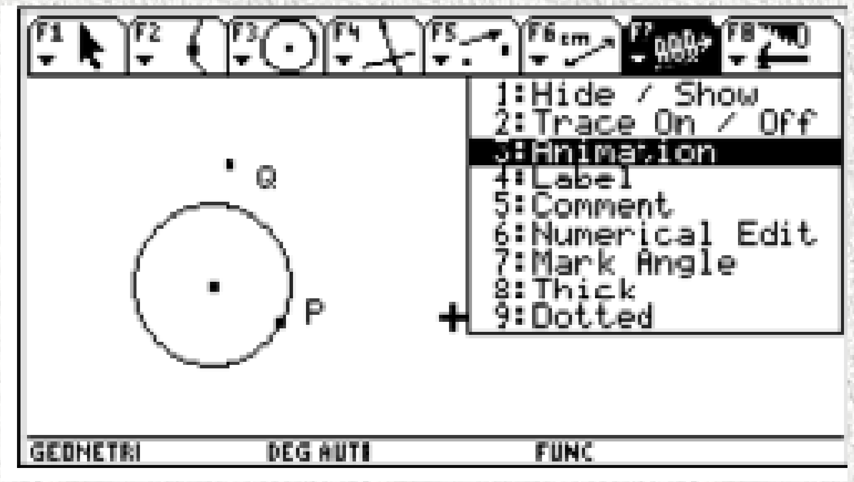
P animieren

Tippe F7 3:Animation

Bewege den Cursor auf P bis This Point erscheint, Enter.

Tippe auf 7 und halte 7 gedrückt, bewege 7 mit øù **etwas** entlang der Wanderlinie. Laß los. Rechts unten erscheint Busy und dann startet P **von allein**.

Das animierte P kann man mit Enter anhalten.



Man kann auch mit dem Werkzeug F4 8 A Locus *erst Q und dann P anwählen. Es erscheint sofort die ganze Kurve. .*

Hilfen zum Gebrauch fertiger Tools

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

Aufgabe auswählen
Wähle Mode Current Folder ÷ klasse11 .
Wähle Apps 8:Geometry 2:Open Enter
Der Ordner klasse11 ist schon gewählt.
Tippe 9 ÷, um alle vorhandenen Aufgaben zu sehen.
Wähle die richtige mit 9 Enter , warte, bis sie angezeigt wird.

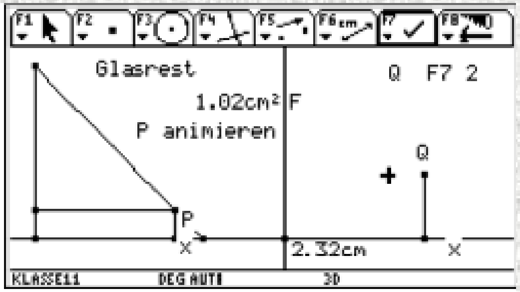
Grundsätzliche Aufgabenstellung
Beobachte, in welcher Weise die Bahn von Q von der Lage von P abhängt. Für welche Lagen von P ergeben sich höchste oder tiefste Lagen von Q?

***Tip* Bei den Programmen wird von allein der letzte Bildschirm gespeichert. Daher muss man entweder Kopien mit einer guten Ausgangssituation haben, oder eine solche am Ende stets wieder herstellen.**

Information In dem Ti-92-Tool von Ha steht ein Text, der das Nötigste über die Aufgabenstellung sagt. Sein Name ist fast derselbe wie der des Programms, nur mit tx am Ende.
Apps 9:Texteditor 9 open Enter
Folder: Klasse11 9 *Name* mit ÷, 9wählen Enter

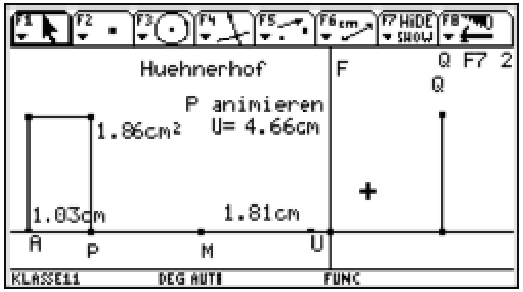
Lösungen: Startbilder

- Glasrest



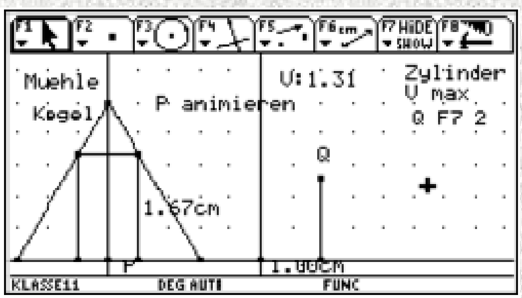
Ausführliche Konstruktions beschreibung

- Hühnerhof



Viele Weiterführungen

- Mühle



Zielfunktion 3.Grades

Lösung Glasrest I

Ausführliche Konstruktionsbeschreibung

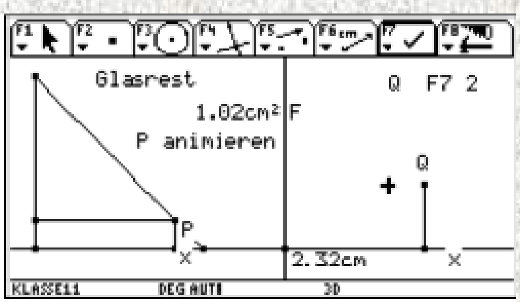
1. Erzeuge die untere Waagerechte u :
   F2 4:Line, Cursor li unt.S, Enter ÷Enter
2. Erzeuge die linke Senkrechte s: F4 1:PerpendicularLine
   Enter, zu A, bis Thru This Point erscheint, zu u,
   bis Perpendicular to This Line erscheint Enter

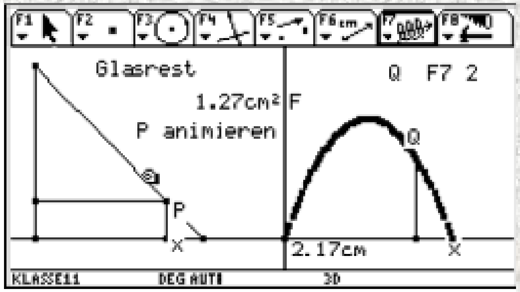
3.Definiere die Hypothenuse AB als Strecke:
F2 5: Segment, oben auf Senkrechte s zeigen, bis on This Line erscheint, Enter ÷ 9 mit dem entstehenden Strich zu Waagerechten u, bis wieder on This Line erscheint, Enter.

4. Erzeuge P auf AB: F2 2:Point on Object, zur
   Hypothenuse, bis on This Line erscheint,Enter.

Diese beiden Schritte gewährleisten, P später bei der Animation nur auf der Hypothenuse wandern kann.

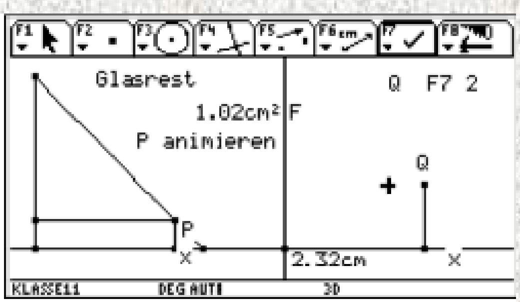
5. Lote von P auf u und s: Verwende F4 1.
6. Definition des Rechtecks: F3 4:Polygon, zu P Enter, dann zu den anderen Pkt. und zu P zurück. Jedesmal Enter.

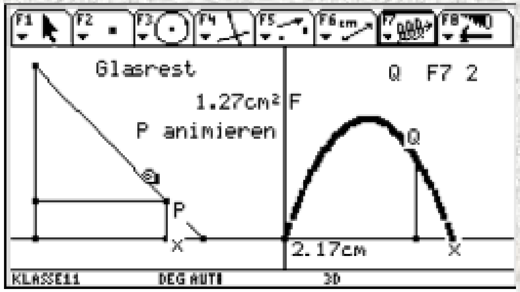




Lösung Glasrest II

Ausführliche Konstruktionsbeschreibung Teil II
7. Messen der Rechtecksfläche: F6 2:Area . Zu einer Polygonkante, bis This Polygon erscheint, Enter.
8. x definieren und messen: Mit F2 5 die Strecke x definieren und mit F6 1 messen.
9. Die beiden Maßzahlen besser plazieren:
F1 Enter, zur Zahl, bis This Number erscheint, Enter, 7 drücken und halten, mit Cursor øù die Zahl verschieben.
10. Auf u einen Koordinatenursprung O frei setzen mit F2 2.
11. x eintragen: F4 9 , zur Zahl bis This Number erscheint, Enter, zu O, Enter. Die entstehende gestrichelte Linie auf u plazieren, Enter.
12. Dort mit F4 1 eine Senkrechte errichten und mit F4 9 die Flächenzahl abtragen. So entsteht Punkt Q, dessen Spur die Flächenfkt. zeichnet.





Didaktisches

- Geometrische Situation
- Zielfunktion
- Gemeinsam darstellen

Einstimmung, Erläuterung

- Geometrische Situation
- Zielfunktion
- Gemeinsam darstellen

Dieses wird vorbereitet.
Dann erkunden die
Schüler.

- Dynamisch variieren
- Beobachten
- Vermuten
- Rechnerische Lösung

+Aufgaben-
variationen