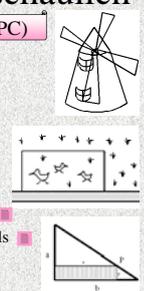


Vortrag, gehalten in einer Lehrerfortbildung Herbst 2001.  
Im Werkzeuggebrauch daher noch alte Technologie.

## Extemwertaufgaben anschaulich

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

- **Einstimmung**
  - Wasserbehälter im Dach einer Mühle
  - Rechteckige Glasscheibe aus Glasrest
  - Hühnerhof einzäunen
- **Hilfen**
  - Anleitung zur Erstellung
  - Elementare Hilfen zu Ti-Cabri
  - Hilfen zum Gebrauch fertiger interaktiver Tools
- **Lösungen**
- **Didaktisches**



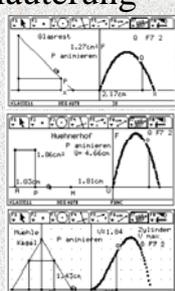
Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Extemwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Einstimmung, Erläuterung

- Geometrische Situation
- Zielfunktion
- Gemeinsam darstellen
- Dynamisch variieren
- Beobachten
- Vermuten
- Rechnerische Lösung

Dieses wird vorbereitet. Dann erkunden die Schüler.

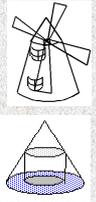
+Aufgabenvariationen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Extemwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Wasserbehälter im Dach einer Mühle

- Mathilde will in einer Mühle ein kleines Café eröffnen.
- In dem kegelförmigen Dach der Mühle soll nun ein zylindrischer Wasserbehälter mit möglichst großem Volumen aufgestellt werden.
- Das Dach hat eine Höhe von 2,5 m und unten einen Durchmesser von 3 m.
- Welche Maße muss der optimale Zylinder haben?



Erweiterte Aufgabenstellung

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Extemwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Erweiterte Aufgabenstellung

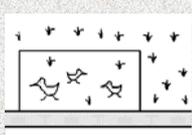
### Mühle

- Erkunde die Zusammenhänge der Aufgabe.
- Welche Grenzlagen kann der Zylinder einnehmen? Liegt die Form, die maximales Volumen liefert, in der Mitte zwischen den Grenzlagen?
- Von welchem Funktionstyp könnte die Volumenfunktion sein?
- Welche optimale Form ergibt sich aus der Zeichnung?
- Stelle Formeln für die Zielgröße V und die Nebenbedingungen auf.
- Stelle eine Formel für die Zielfunktion V(d) auf.
- Bestimme das Maximum rechnerisch.
- Wie viel Prozent des Dachvolumens können auf diese Weise für den Wasserbehälter genutzt werden.
- Wie viel wiegt das Wasser in dem Behälter dann?
- Mathilde hat sich inzwischen die Maße des besten Zylinders ausgerechnet. Die Firma, die den Behälter liefern soll, stellt in dieser Größenordnung folgende Typen her:
  - A(d=2m, h=0,8m), B(d=1,9m, h=1m), C(d=1,8m, h=1m)
  - D(d=2,1m, h=0,75m)
  - Welchen Typ soll Mathilde bestellen?
- Ist eine andere Form als ein Zylinder geeigneter? Berücksichtige aber, dass eine Sonderanfertigung, die sich dem Dach genau anpasst, aus Kostengründen nicht in Frage kommt. Gummiblastentanks werden bis zu einem Inhalt von 2 m<sup>3</sup> hergestellt.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Extemwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Hühnerhof

- Mathix hat noch 20 m Maschendraht übrig.
- Er möchte damit an der Scheunenwand einen möglichst großen rechteckigen Hühnerhof einzäunen.
- Welche Maße soll er für Länge und Breite wählen?



Erweiterte Aufgabenstellung

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Extemwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Erweiterte Aufgabenstellung

### Hühnerhof

- Erkunde die Zusammenhänge der Aufgabe.
- Mache dir klar, dass mit jeder Wahl der Breite eine bestimmte Höhe und damit auch ein bestimmter Flächeninhalt des Hühnerhofes festliegt.
- Welche "unsinnigen" Hühnerhof-Formen ergeben sich als Grenzfälle? Liegt die Form, die maximale Fläche liefert, in der Mitte zwischen diesen Grenzlagen?
- Von welchem Funktionstyp könnte die Flächenfunktion sein?
- Welche optimale Form ergibt sich aus der Zeichnung?
- Kann man jetzt schon eine sichere Aussage machen?
- Versuche, die Aufgabe mit beliebigem U zu lösen.
- Kann Mathix in der Bauernzeitung unter der Rubrik Gute Tipps eine brauchbare Regel für solche Fälle angeben?
- Stelle Formeln für die Zielgröße F und die Nebenbedingung auf.
- Stelle eine Formel für die Zielfunktion F(h) auf.
- Bestimme das Maximum und die optimale Form rechnerisch.

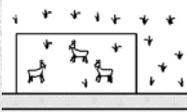
Aufgabenvariationen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Extemwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

**Aufgabenvariationen**

### Ziegenwiese

- Bauer Frühaufl will am Fluss 30m<sup>2</sup> einer Wiese als Weide für drei Ziegen einzäunen.
- Welche rechteckige Form muss die Weide haben, damit er möglichst wenig Maschendraht braucht?
- Wie sieht es mit anderen Formen aus? (Halbkreis, halbe Ellipse...)

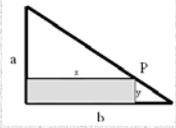


- Was ist, wenn der einen Ecke der Wiese noch ein quadratischer Schuppen steht?

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

### Glasrest

- Mathix will aus einem dreieckigen Glasrest eine möglichst große rechteckige Scheibe ausschneiden. Es kommt ihm auf möglichst großen Flächeninhalt an.



- Mache dir klar, dass Mathix für jede Lage von P auf der schrägen Kante eine Scheibe bestimmter Form erhält, die ihren eigenen Flächeninhalt hat.
- Bilde die Situation im Geometrieprogramm nach.
- Mathix will in der Zeitschrift der Glaserinnung eine Regel angeben, wie man bei solchen Glasresten die optimale Scheibe findet. Was sollte er schreiben?

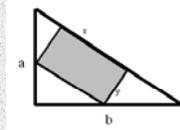
**Erweiterte Aufgabenstellung**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

**Erweiterte Aufgabenstellung**

### Glasrest

- Kann Mathix einen größeren Flächeninhalt erhalten, wenn er die Scheibe **anders** legt?
- Für das Kirchenfenster, das Mathix in Arbeit hat, kann er auch halbkreisförmige Scheiben gebrauchen. Sollte er den Glasrest lieber für eine **Halbkreisscheibe** mit möglichst großem Flächeninhalt verwenden?



Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

### Anleitung zur Erstellung von interaktiven Extremwertaufgaben

**Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)**

- Geeignet sind Aufgaben, bei denen die Zielgröße ein geometrisches Maß ist: (Länge, Winkel, Fläche, Volumen).
- 1. Verankere die Nebenbedingung NB geometrisch.
- 2. Konstruiere die Figur unter Verwendung der NB. Setze evt. F5 1 oder F4 9 ein.
- 3. Miss die variable Größe (das Maß) mit F6.
- 4. Berechne oder miss die Zielgröße Fkt(Maß). Verwende evt. die Messwerkzeuge in F6 (Länge, Fläche, Winkel, Steigung) und dann evt. F6 6, den Rechner.
- 6. Stelle ein "Koordinatensystem" her. Trage nach rechts mit F4 9 das Maß aus 3. ab.
- Errichte dort mit F4 1 eine Senkrechte, trage auf ihr mit F4 9 das Ergebnis aus 4. ab.
- Der so entstandene Endpunkt ist Q, der Punkt, dessen Spur die Kurve zeichnet, deren extremaler Wert gesucht ist.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

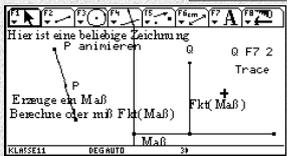
### Elementare Hilfen I

**Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)**

- Markieren
- Maß erzeugen

**Markieren** eines Objektes  
F1 Enter Damit wird der Pointer aktiviert. Bewege den Cursor zu dem Objekt, das markiert werden soll, und zwar solange bis This Point oder This Segment ...oder was man markieren wollte. erscheint. Dann tippe wieder Enter

**Maß** eines Objektes  
Markiere das Objekt. Verwende die Messwerkzeuge aus F6. (Länge, Fläche, Winkel, Steigung)



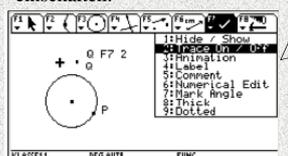
Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

### Elementare Hilfen II

**Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)**

**Für Q Trace-Modus einschalten**  
Tipp F7 2: Trace On/off Enter  
Bewege den Cursor auf Q bis This Point erscheint, Enter  
**Bemerkung:** Trace heißt Spur, nun ist eingeschaltet, daß Q beim Bewegen eine Spur hinterläßt.  
Man kann für mehrere Objekte gleichzeitig den Spurmodus einschalten.

*Grundsätzlich kann man nun den oft P genannten Punkt entweder ziehen oder animieren. Ziehen ist etwas einfacher, animieren ist meist eindrucksvoller.*



Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Elementare Hilfen III

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

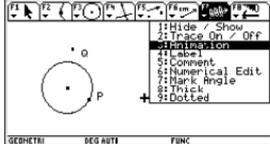
### P animieren

Tippe F7 3: Animation

Bewege den Cursor auf P bis This Point erscheint, Enter.

Tippe auf 7 und halte 7 gedrückt, bewege 7 mit  $\odot$  entlang der Wanderlinie. Laß los. Rechts unten erscheint Busy und dann startet P von allein.

Das animierte P kann man mit Enter anhalten.



Man kann auch mit dem Werkzeug F4 8 A Locus erst Q und dann P anwählen. Es erscheint sofort die ganze Kurve.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Hilfen zum Gebrauch fertiger Tools

Mit Ti-Cabri (TI-Voyage, TI-92, Cabri am PC)

### Aufgabe auswählen

Wähle Mode Current Folder ÷ klasse11

Wähle Apps 8:Geometry 2:Open Enter

Der Ordner klasse11 ist schon gewählt. Tippe 9 ÷, um alle vorhandenen Aufgaben zu sehen.

Wähle die richtige mit 9 Enter, warte, bis sie angezeigt wird.

### Tip Bei den Programmen

wird von allein der letzte

Bildschirm gespeichert.

Daher muss man entweder

Kopien mit einer guten

Ausgangssituation haben,

oder eine solche am Ende

stets wieder herstellen.

### Grundsätzliche

### Aufgabenstellung

Beobachte, in welcher Weise die

Bahn von Q von der Lage von P

abhängt. Für welche Lagen von

P ergeben sich höchste oder

tiefste Lagen von Q?

Information In dem TI-92-Tool von Ha steht ein Text, der

das Nötigste über die Aufgabenstellung sagt. Sein Name ist

fast derselbe wie der des Programms, nur mit tx am Ende.

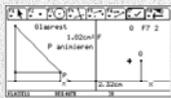
Apps 9:Texteditor 9 open Enter

Folder: Klasse11 9 Name mit ÷, 9wählen Enter

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

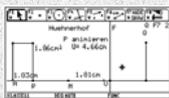
## Lösungen: Startbilder

### • Glasrest



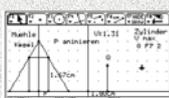
Ausführliche  
Konstruktions-  
beschreibung

### • Hühnerhof



Viele  
Weiterführungen

### • Mühle



Zielfunktion  
3.Grades

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Lösung Glasrest I

Ausführliche Konstruktionsbeschreibung

1. Erzeuge die untere Waagrechte u :

F2 4:Line, Cursor li unt.S, Enter ÷Enter

2. Erzeuge die linke Senkrechte s: F4 1:PerpendicularLine

Enter, zu A, bis Thru This Point erscheint, zu u,

bis Perpendicular to This Line erscheint Enter

3. Definiere die Hypothese AB als Strecke:

F2 5: Segment, oben auf Senkrechte s zeigen, bis on This Line

erscheint, Enter ÷ 9 mit dem entstehenden Strich zu

Waagerechten u, bis wieder on This Line erscheint, Enter.

4. Erzeuge P auf AB: F2 2:Point on Object, zur

Hypothese, bis on This Line erscheint,Enter.

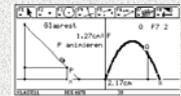
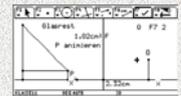
Diese beiden Schritte gewährleisten, P später bei der

Animation nur auf der Hypothese wandern kann.

5. Lote von P auf u und s: Verwende F4 1.

6. Definition des Rechtecks: F3 4:Polygon, zu P Enter, dann zu

den anderen Pkt. und zu P zurück. Jedesmal Enter.



Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Lösung Glasrest II

Ausführliche Konstruktionsbeschreibung Teil II

7. Messen der Rechtecksfläche: F6 2:Area, zu einer

Polygonkante, bis This Polygon erscheint, Enter.

8. x definieren und messen: Mit F2 5 die Strecke x definieren

und mit F6 1 messen.

9. Die beiden Maßzahlen besser platzieren:

F1 Enter, zur Zahl, bis This Number erscheint, Enter, 7 drücken

und halten, mit Cursor  $\odot$  die Zahl verschieben.

10. Auf u einen Koordinatenursprung O frei setzen mit F2 2.

11. x eintragen: F4 9, zur Zahl bis This Number erscheint,

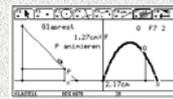
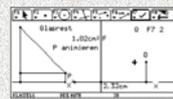
Enter, zu O, Enter. Die entstehende gestrichelte Linie auf u

platzieren, Enter.

12. Dort mit F4 1 eine Senkrechte errichten und mit F4 9 die

Flächenzahl abtragen. So entsteht Punkt Q, dessen Spur die

Flächenfkt. zeichnet.



Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de

## Einstimmung, Erläuterung

### • Geometrische Situation

### • Zielfunktion

### • Gemeinsam darstellen

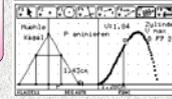
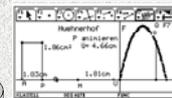
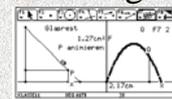
Dieses wird vorbereitet. Dann erkunden die Schüler.

### • Dynamisch variieren

### • Beobachten

### • Vermuten

### • Rechnerische Lösung



+Aufgaben-  
variationen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn // Externwertaufgaben // www.mathematik-verstehen.de