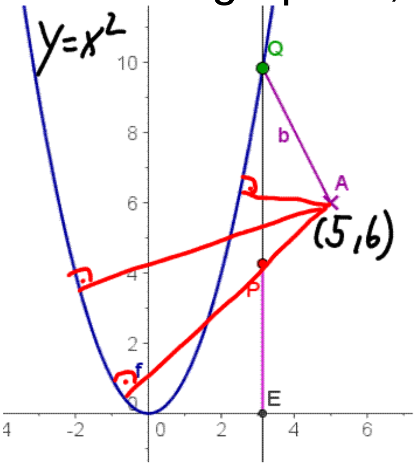
Extremaler Abstand eines Punktes von einem Funktionsgraphen, hier A=(5; 6) von der Normalparabel



$Q(u,v)$ $\quad P(x,y)$

$v=u^2$ $\quad$ Zielgröße $b=\sqrt{(5-u)^2+(6-v)^2}$

NB $\quad$ Zielfunktion $b(u)=\sqrt{(5-u)^2+(6-u^2)^2}$

Betrachte $g(u)=b^2(u)=(5-u)^2+(6-u^2)^2$

g und b haben für $b>0$ dieselben Extremstellen.

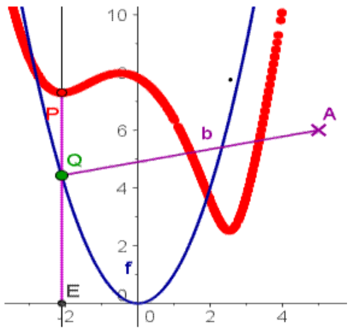
Hier ist $b>0$.

$g'(u)=2(5-u)(-1)+2(6-u^2)(-2u)$

$=-10+2u-24u+4u^3=4u^3-22u-10$

Nach dem Experiment erwarten wir 3 Extremstellen $\quad 2u^3-11u-5=0$

Andere Ansatz: Extremale Abstände sind dort, wo die Abstandsstrecke senkrecht auf der Parabel steht. Gerade QA $y=-\frac{v-6}{5-u}(x-5)+6$



Steigung der Parabel $y'=2x$

in Q $\quad m_Q=2u \quad m_\perp=-\frac{1}{2u}$

Gesucht ist also $-\frac{1}{2u}=-\frac{v-6}{5-u} \wedge v=u^2$

$\frac{1}{2u}=\frac{u^2-6}{5-u}$

$(5-u)=2u(u^2-6)$

$2u^3-12u+u-5=0$

$2u^3-11u-5=0$

dieselbe Gleichung wie oben!

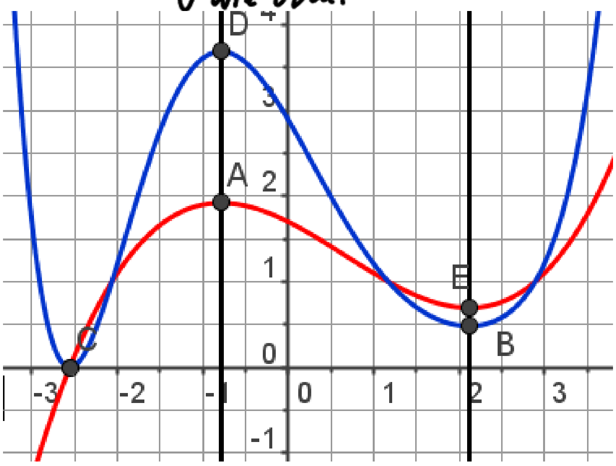
TI solve(..., u)

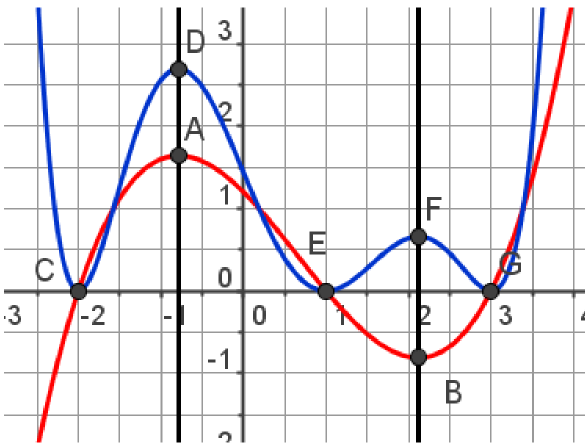
$x=-2{,}07207$

$x=-0{,}473\ldots$

$x=2{,}54\ldots$

passt.





Betrachtet man bei einer Extremwertaufgabe das Quadrat der Zielfunktion, so muss man aufpassen: Die Quadratfunktion hat an jeder Nullstelle der Zielfunktion ein Minimum, auch wenn vorher dort kein Extremum war. Minima im negativen Bereich werden durch das Quadrieren zu Maxima. Daher lohnt sich die Methode nur wenn die Zielfunktion von der Sache her im interessanten Bereich positiv ist.