

Mathematik-Klausur Nr.1 Kurs 13 m (gk) Ha am 16.11.98 Name:

Aufgabe 1 (10%) Erzeugen Sie aus zwei Bausteinen den Graphen von f mit $f(x) = \cos x + \frac{1}{x}$ und beschreiben sie ihn.

Aufgabe 2 (15%) Berechnen Sie die Asymptote von f mit $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - 4x + 5}{x - 1}$ und erzeugen Sie den Graphen aus zwei Bausteinen.

Aufgabe 3 (75%)

Gegeben ist die Funktion f mit $f_k(x) = \frac{(x-1)(x-5)}{(x-k)^2}$. Sie hat die Ableitung

$$f'_k(x) = \frac{2(k-3)x - 6k + 10}{(x-k)^3}, \text{ was Sie nicht nachzurechnen brauchen.}$$

Zerlegen Sie f_k in ein Produkt aus einer Parabel und dem dazu passenden **Faktor**.

a) Erzeugen Sie für f_k mit $k=2$ einen Graphen aus diesen Bausteinen. Verwenden Sie die gegebene Ableitung, um nach Extrema zu suchen.

b) Untersuchen Sie die Sonderform von f_k für $k=1$. Für welches k wird sich eine entsprechende Sonderform ergeben?

c) Mit den bisher untersuchten drei Fällen haben sie noch nicht alle typischen Graphen von f_k erfasst. Zeigen unter Verwendung der gegebenen Ableitung, dass bis auf genau drei Werte von k alle anderen f_k genau ein Extremum haben. Wo liegt es? Welches sind die drei Fälle, die kein Extremum haben?

e) Erzeugen Sie qualitativ einen weiteren Graphen von f_k , der sich von dem für $k=2$ wesentlich unterscheidet.

f) Geben Sie mit Freihand-Daumenskizzen eine Übersicht, für welche k sich welche Graphen ergeben. *Es werden 6 Skizzen erwartet.* Stellen Sie zusammenfassend Gemeinsamkeiten heraus.