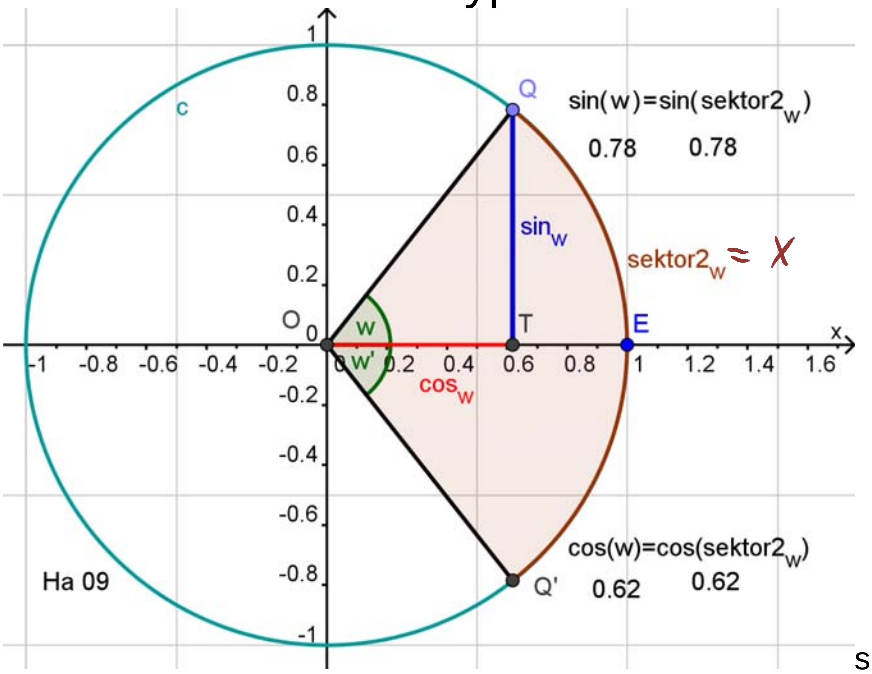
Sinus- und Kosinus Hyperbolicus



$$x := sektor(2w)$$

$$\frac{x}{\pi r^2} = \frac{2w}{2\pi} \wedge r=1$$

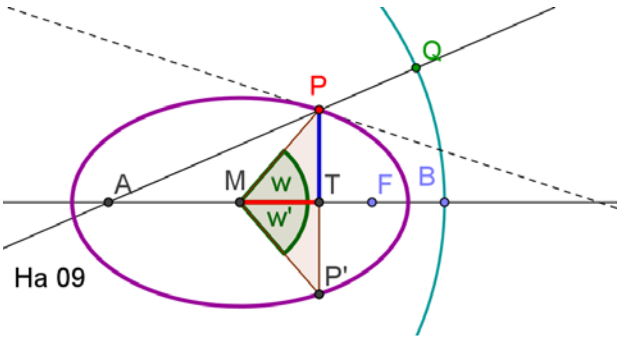
$$x = w = \text{Bogen } \overset{\frown}{EQ}$$

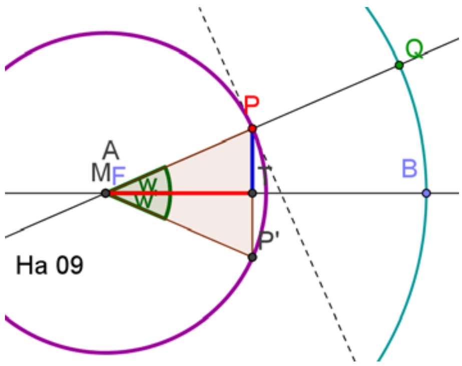
$$\sin x = \sin w$$

$$\cos x = \cos w$$

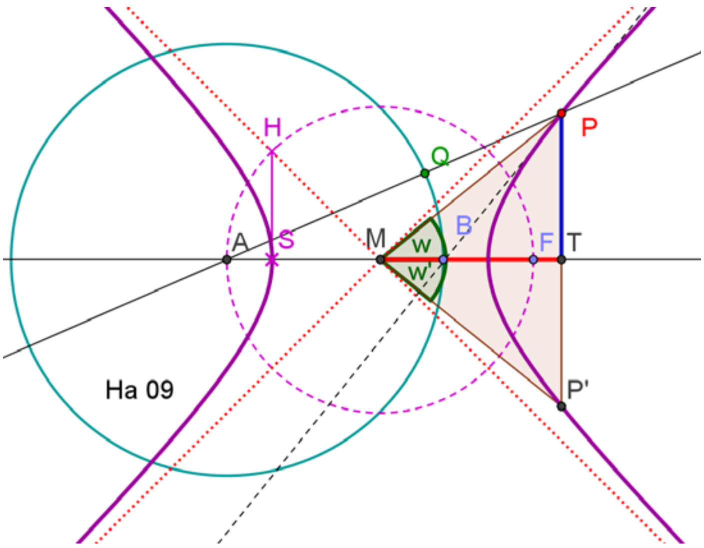
sinkos_sektoren.ggb

Nun nehme ich den Bogen statt aus dem Kreis aus der Hyperbel. Dazu eignet sich die **Leitkreiskonstruktion der Kegelschnitte**. Die **Ellipse** entsteht folgendermaßen: Gegeben sind der Leitkreis um A durch B von Radius 2. F liegt fest auf der Geraden AB, M ist die Mitte von AF. Q wandert frei auf dem Leitkreis. Die gestrichelte Gerade ist die Mittelsenkrechte der Strecke FQ. Sie schneidet den Radius AQ in P. Die Ellipse ist die Ortskurve von P. Das Dreieck MTP ist rechtwinklig. Der Sinus seines Winkels w ist blau und der Kosinus rot eingetragen.





Schiebt man F auf A, so entsteht die Zeichnung von oben. Die Ellipse ist nun zum Einheitskreis geworden.



Schiebt man aber F nach rechts über B hinaus, so wird die Ortskurve zur Hyperbel. Die so entstehenden Hyperbeln haben verschieden steile Asymptoten. Gezeichnet ist diejenige, bei der sich die Asymptoten rechtwinklig schneiden. Der gestrichelte Kreis mit H und S sorgen dafür, dass das stimmt.

Nun korrespondiert die pfeilförmige Fläche x, die von den Geraden MP und MP' und dem Hyperbelbogen gebildet wird, mit dem Winkel w so, dass $\overline{MT} = cosh(x)$ und $\overline{TP} = sinh(x)$ ist. Area_funktionen.ggb