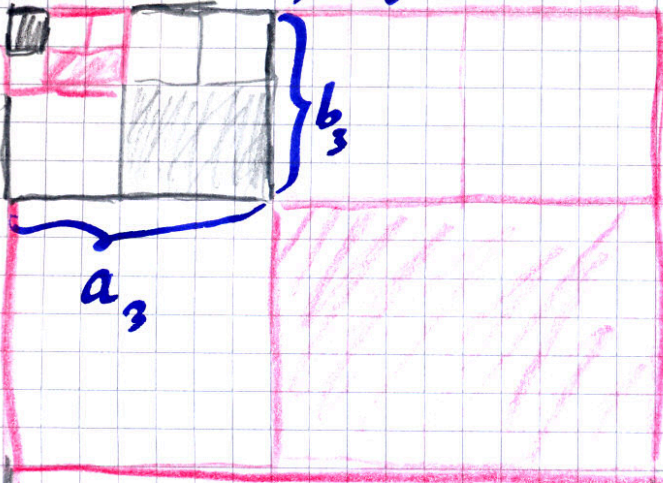


Rechteckfolge Theon von Smyrna Haftendorn 024



Haftendorn 09

theonfolge.pdf

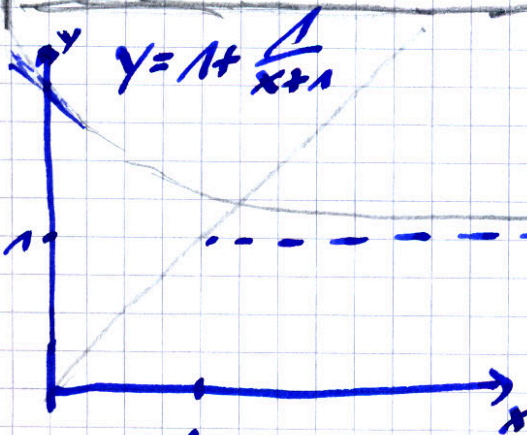
Setze
rechts 2 Quadrate
unten 1 Quadrat
an und ergänze zum Rechteck

n	1	2	3	4	5	6	7	8
a_n	1	3	7	17	41	99	239	577
b_n	1	2	5	12	29	70	169	408

$$q_n = \frac{a_n}{b_n} \quad 1 \quad 1,5 \quad 1,4 \quad 1,416 \quad 1,4139 \quad 1,41429 \quad 1,41430$$

$$\begin{aligned} a_{n+1} &= a_n + 2b_n \\ b_{n+1} &= a_n + b_n \end{aligned}$$

$$q_{n+1} = \frac{a_{n+1}}{b_{n+1}} = \frac{a_n + 2b_n}{a_n + b_n} = \frac{q_n + 2}{q_n + 1}$$



$$q_{n+1} = 1 + \frac{1}{q_n + 1}$$

Fixpunkt $x = 1 + \frac{1}{x+1}$

$$x - 1 = \frac{1}{x+1}$$

$$x^2 - 1 = 1$$

$$\begin{aligned} x^2 &= 2 \\ x &= \pm\sqrt{2} \end{aligned}$$

Grenzwert existiert, da $|f'(x)| < 1$

(bekanntlich)
 $f'(0) = -1$
dann Kleinian

Fazit:

Die Rechteckfolge von Theon nähert sich dem DIN-Format.