kudirek.pdf

Aufgabe zur Kurvendiskussion

Zusammen mit einer Rekursion

① Ha
Jan. 08

$f(x) = -\frac{1}{9}(x-2)^3 + c(x-2) + 2$ Gesamtverlauf

$f'(x) = -\frac{1}{3}(x-2)^2 + c$

3. Grades

$f''(x) = -\frac{2}{3}(x-2)$ Wendepunkt ist gesichert

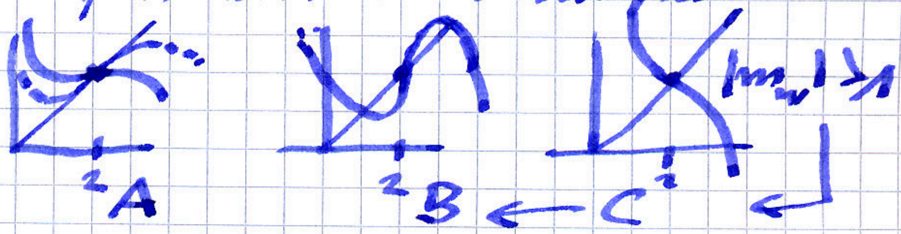
$f''(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{2}{3}(x-2) = 0 \Leftrightarrow \underline{\underline{x=2}}$ $f(2) = 0+0+2 = \underline{\underline{2}}$

Wendesteigung WP (2/2)

$f'(2) = c$ dieser WP liegt auf der Winkelhalbierenden

Also steuert c direkt die Steigung von f in einem Schnittpkt mit der Wh.

A: $|m_W| \leq 1$



$c < -1$ x=2 ist abstoßender Fixpunkt

$c = -1$ genauer zu untersuchen

einige Werte:

$x_0 = 1{,}4 \Rightarrow x_1 = 2{,}62 \Rightarrow x_2 = 1{,}35$ $x_3 = 2{,}68$

rückt fort von x=2

Also

x=2 ist für $c=-1$ abstoßend

Da bei diesem Gesamtverlauf

Extrema eine positive Wendesteigung erfordern, gibt es für $c \leq 0$ keine Extrema und damit nur <u>einen</u> Fixpunkt.

für $-1 < c < 1$ ist dieser anziehend.

$c = 1$ Wh ist Wendetangente, Verlauf so, dass x=2 anziehender Fixpunkt ist

$c > 1$ nun ist x=2 abstoßender Fixpkt. dafür kommen zwei weitere Fixpunkte zustande.

Kurven disk u. Rekursion ② He Jan 08

Sei nun $c > 1$ $\quad f(x) = -\frac{1}{9}(x-2)^3 + c(x-2) + 2$

Berechnung der weiteren Fixpunkte

$f(x) = x \qquad -\frac{1}{9}(x-2)^3 + c(x-2) + 2 = x$

$$-\frac{1}{9}(x-2)^3 + c(x-2) - (x-2) = 0$$

$$-\frac{1}{9}(x-2)\left((x-2)^2 - 9c + 9\right) = 0$$

$\Leftrightarrow x = 2 \quad \vee \quad (x-2)^2 - 9c + 9 = 0$

war klar $\qquad (x-2)^2 = -9 + 9c$

$$(x-2) = \pm 3\sqrt{-1+c}$$

$$x = 2 \pm 3\sqrt{-1+c}$$ nur reell für $c > 1$ war klar.

Steigung in diesen Fixpunkten

$$f'(2 \pm 3\sqrt{c-1}) = -\frac{1}{3}(\pm 3\sqrt{c-1})^2 + c = -3(c-1) + c$$

$$= -2c + 3$$

$$f'(x_2) = -1 \Leftrightarrow -2c + 3 = -1 \Leftrightarrow -2c = -4$$

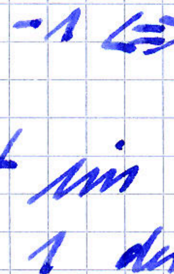
$$\underline{\underline{c = +2}}$$

Also ist im Feigenbaumdiagramm bei $c = 1$ der Einstieg in die Bifurkationskaskade

bei $c = 2$ ist die nächste Bifurkation.

Bei $c = 3$ hört das Feigenbaumdiagramm auf weil für größere c gar keine i.w. ~~konv~~ beschränkten Folgen mehr zustandekommen.

Sicht:



Affenkasten quadratisch für $c = 3$

dann

gegen ∞