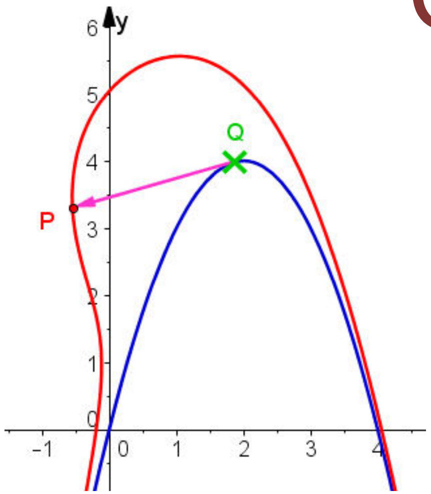
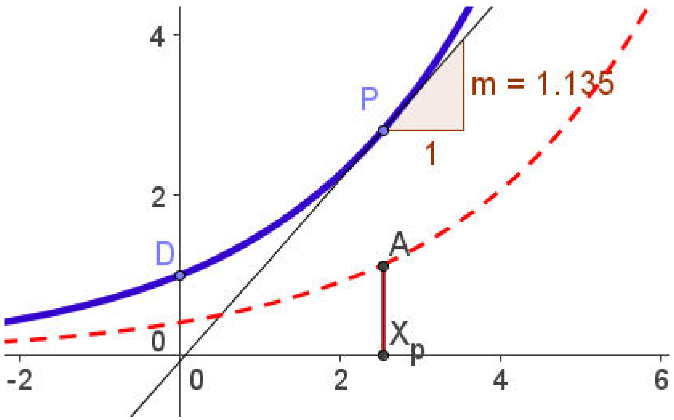
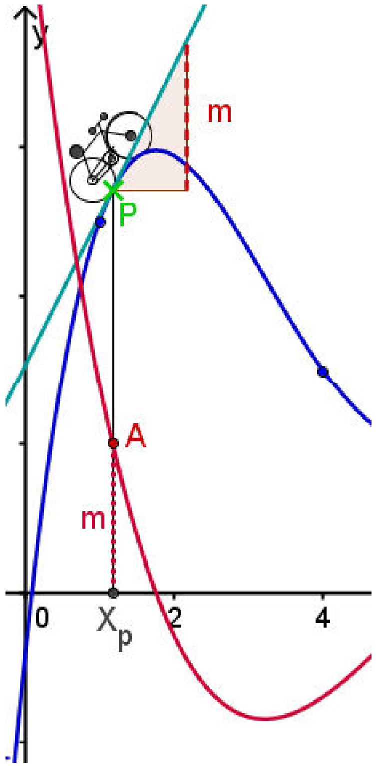
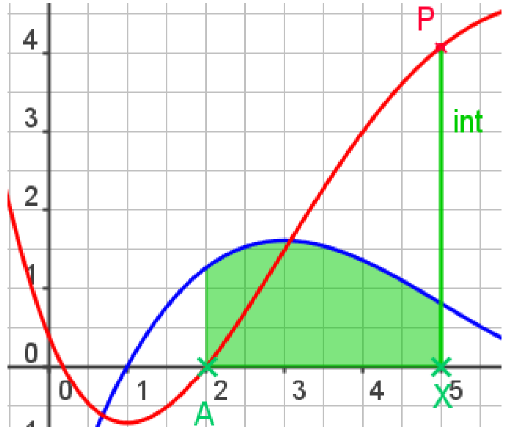
LEUPHANA
UNIVERSITÄT LÜNEBURG

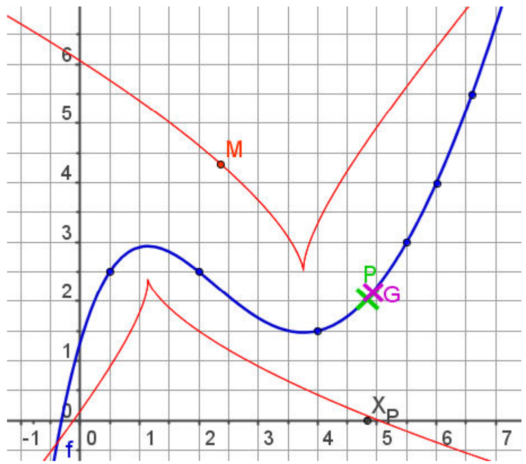
Ortslinie als Leitlinie









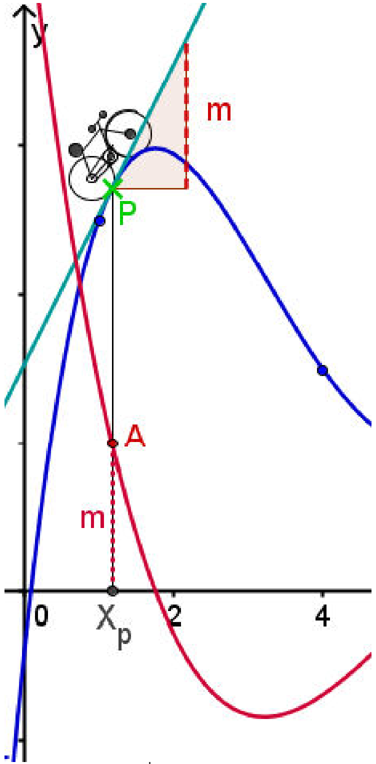


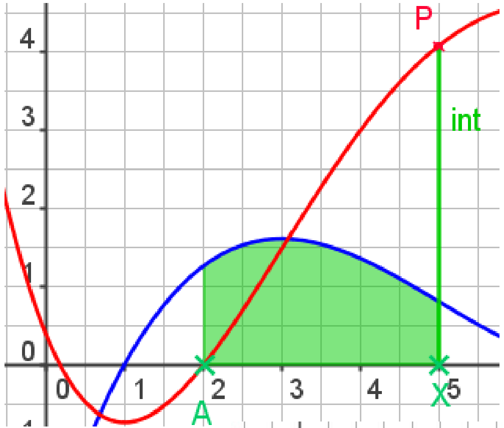
GDM –Tagung

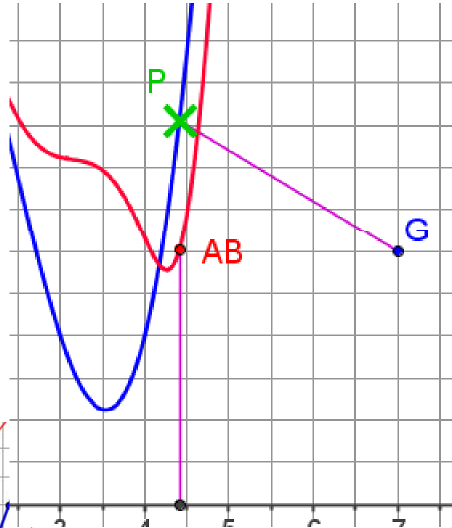
Münster 4.-8. 3. 2013

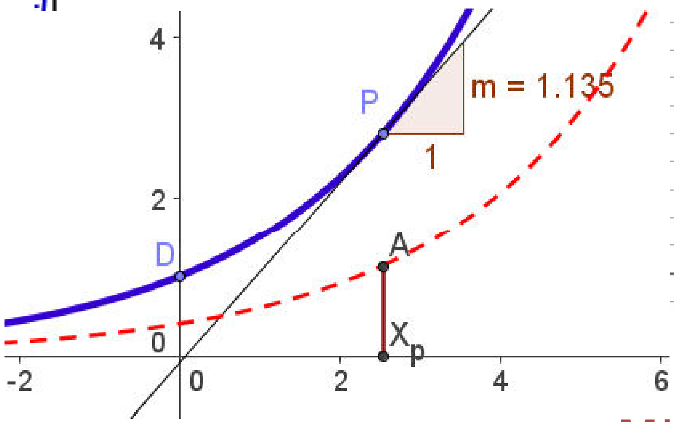
LEUPHANA
UNIVERSITÄT LÜNEBURG

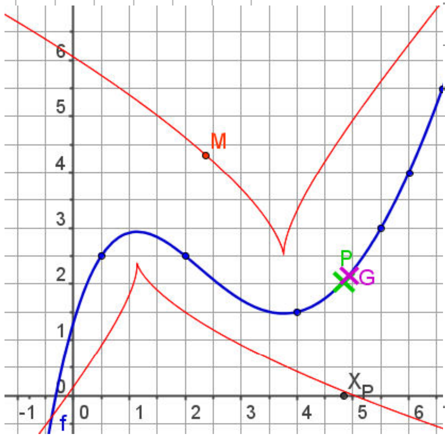
Ortslinie als Leitlinie

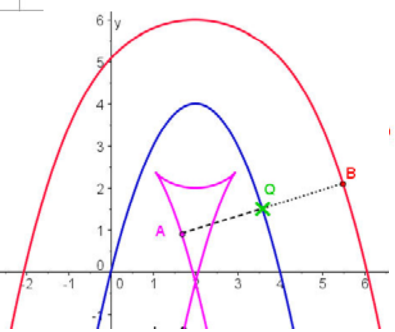


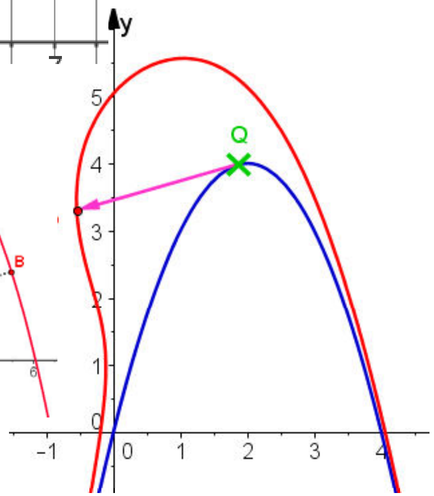








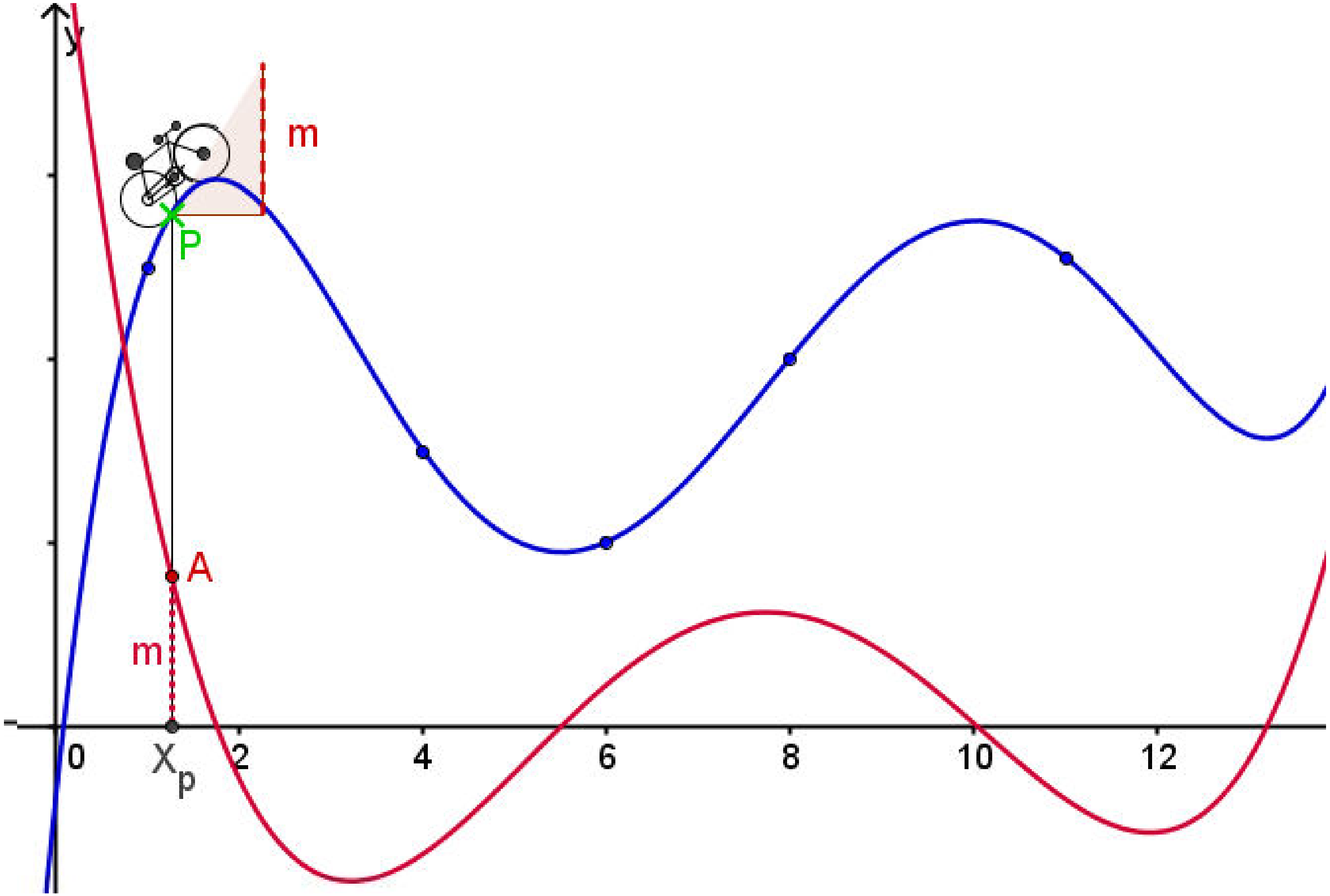




GDM –Tagung

Münster 4.-8. 3. 2013

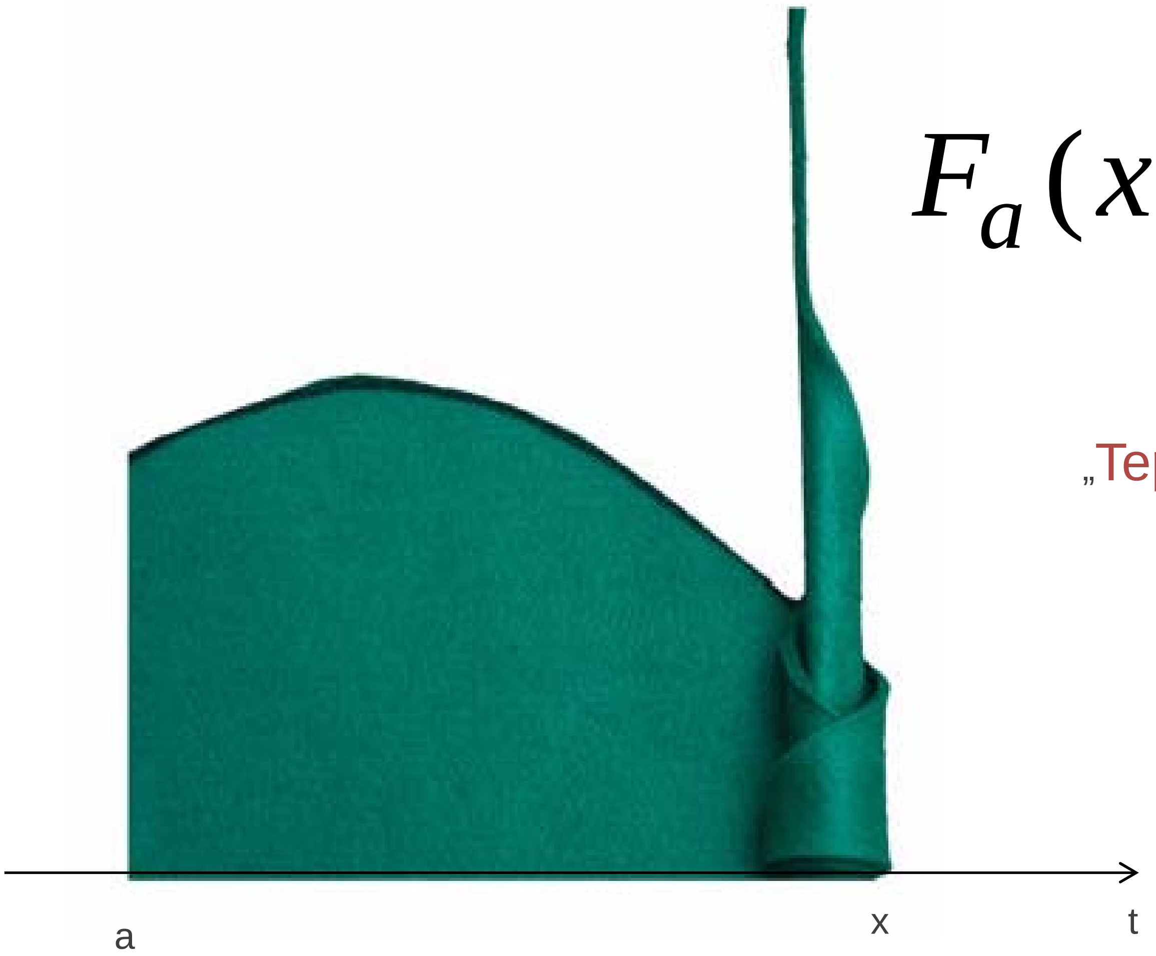
Ableitungsfunktion verstehen



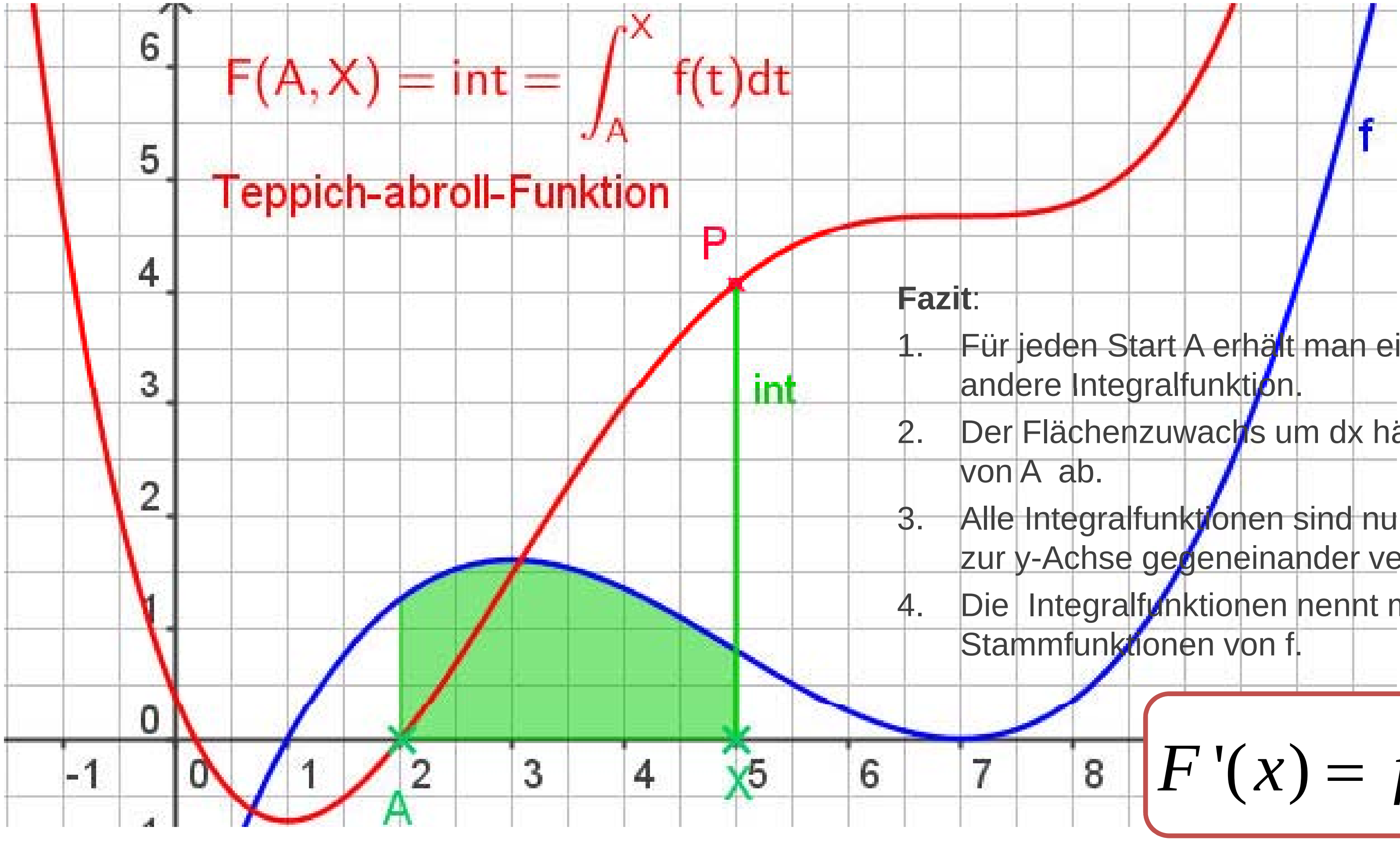
Integralfunktion verstehen

$$F_a(x) = \int_a^x f(t)\,dt$$

„Teppich-abroll-Funktion“



Integralfunktion verstehen



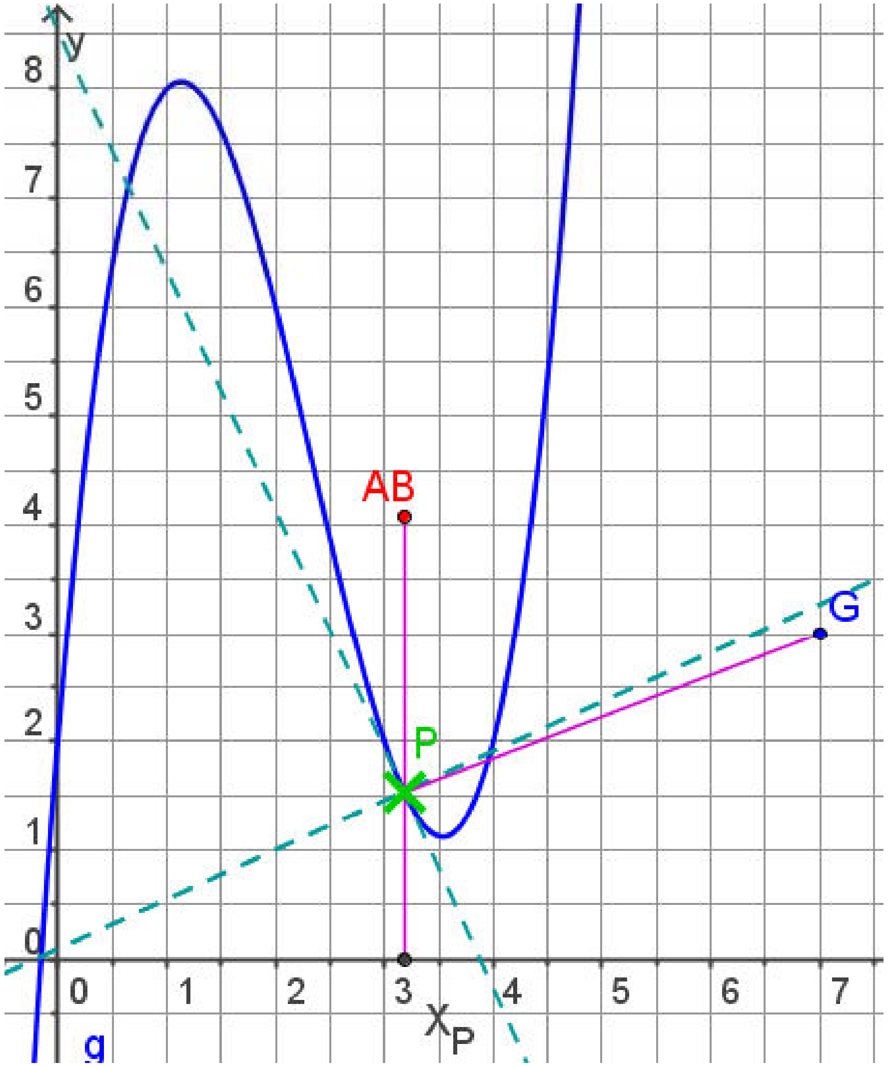
Fazit:

1. Für jeden Start A erhält man eine andere Integralfunktion.
2. Der Flächenzuwachs um dx hängt nicht von A ab.
3. Alle Integralfunktionen sind nur parallel zur y-Achse gegeneinander verschoben.
4. Die Integralfunktionen nennt man auch Stammfunktionen von f.

$$F'(x) = f(x)$$

Und nun sind wir schon ganz dicht am Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung

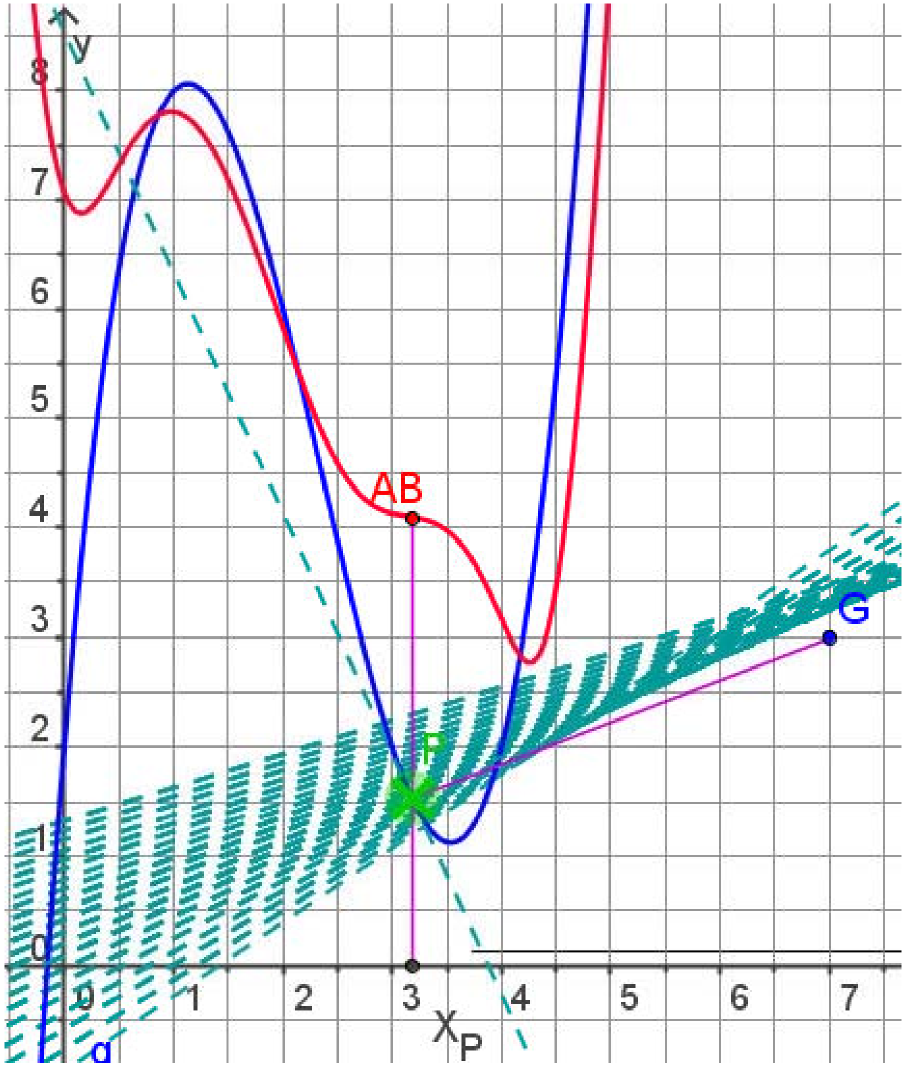
Abstand Punkt - Funktionsgraph



P noch ein weinig rücken,
dann verläuft die Normale
durch G.

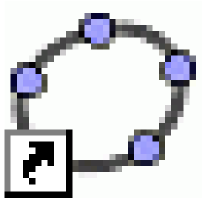
Oder nicht?????????

Abstand Punkt - Funktionsgraph

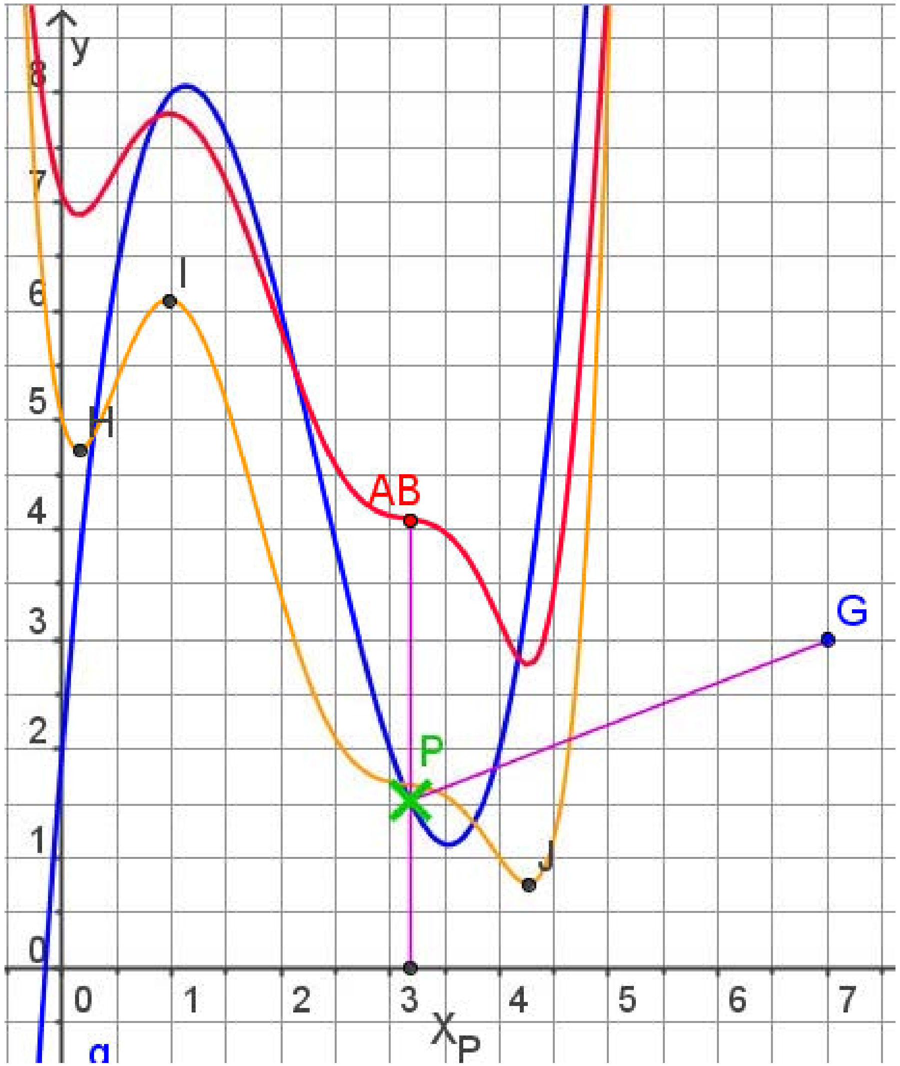


Sicher nicht nicht !!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!!

In der Nähe von x=3 gibt es keinen extremalen Abstand.



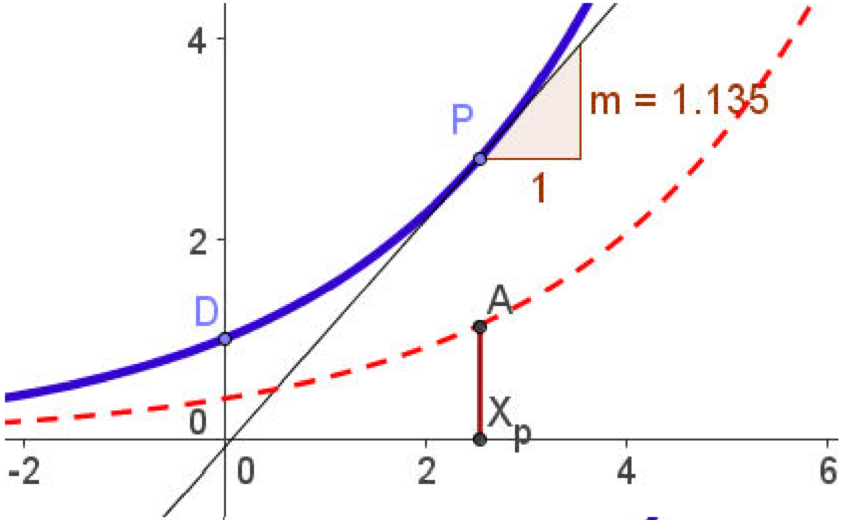
Abstand Punkt - Funktionsgraph



Bei der rechnerischen Lösung betrachtet man das Abstandsquadrat.

Auf 1/10 gestaucht ist es hier ockerfarben eingezeichnet. GeoGebra liefert die Extrema.

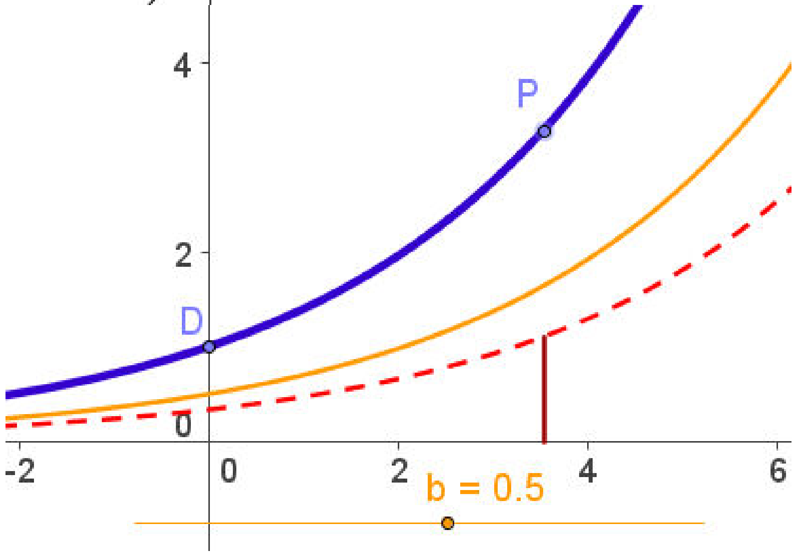
e-Funktion verstehen



Phase 1

Betrachtung der Ortskurve der Steigungen,

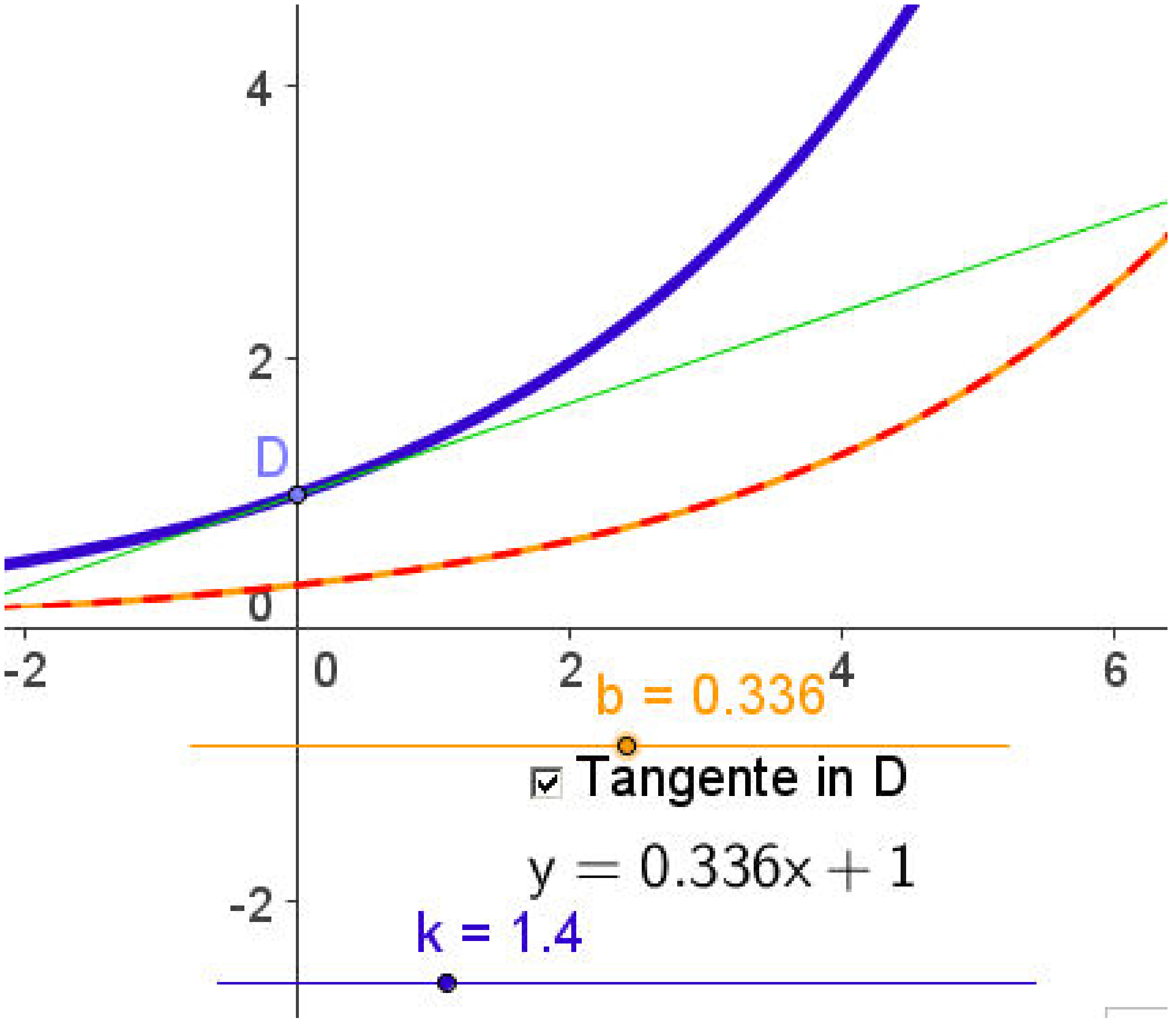
also der experimentellen Ableitung



Phase 2

Interaktive Stauchung der gegebenen Funktion mit Stauchfaktor b.

e-Funktion verstehen

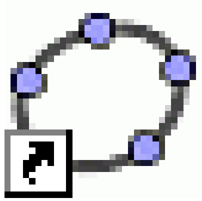


Phase 3

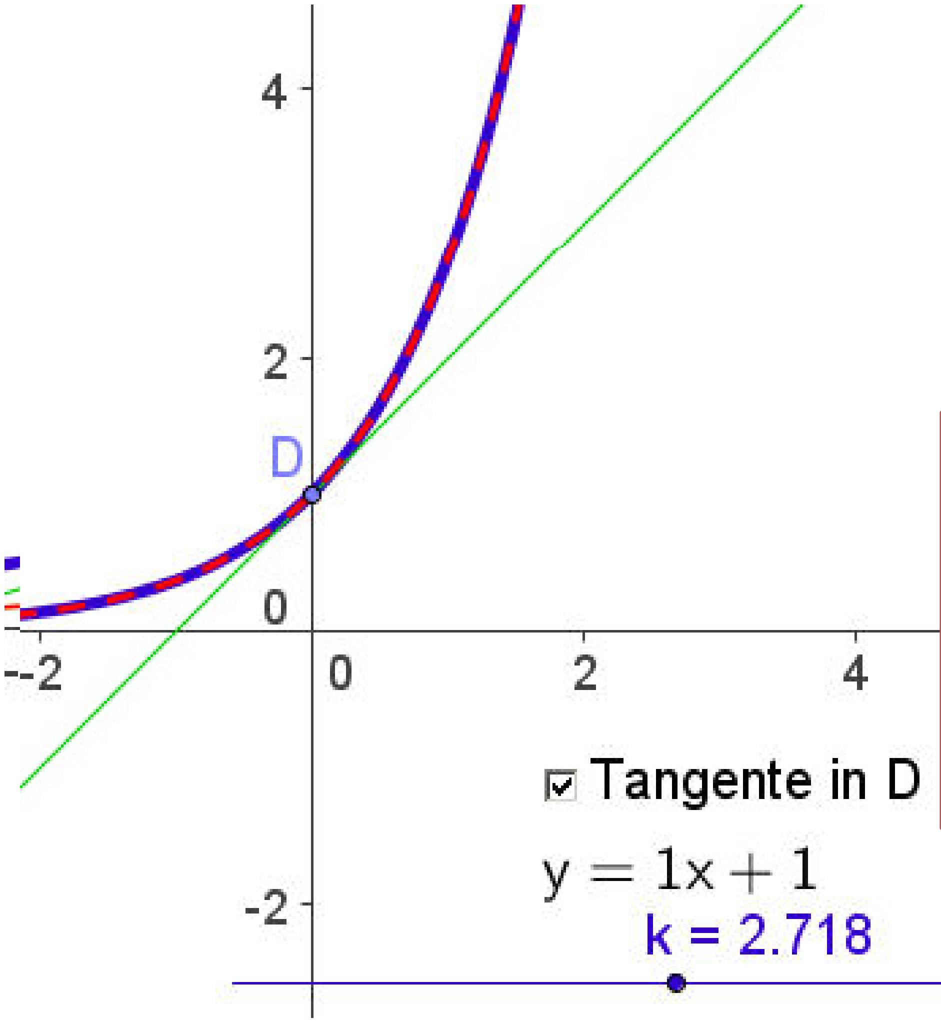
Erkenntnis, dass eine Stauchung passend ist.

Phase 4

Der Stauchfaktor ist die Steigung der Tangente in D=(0 / 1)



e-Funktion verstehen



Phase 5

Dann müsste es eine
Basis k geben, bei der
die Steigung in D wirklich 1 ist.

Also wird interaktiv k verändert,

bis dies der Fall ist-

Phase 6

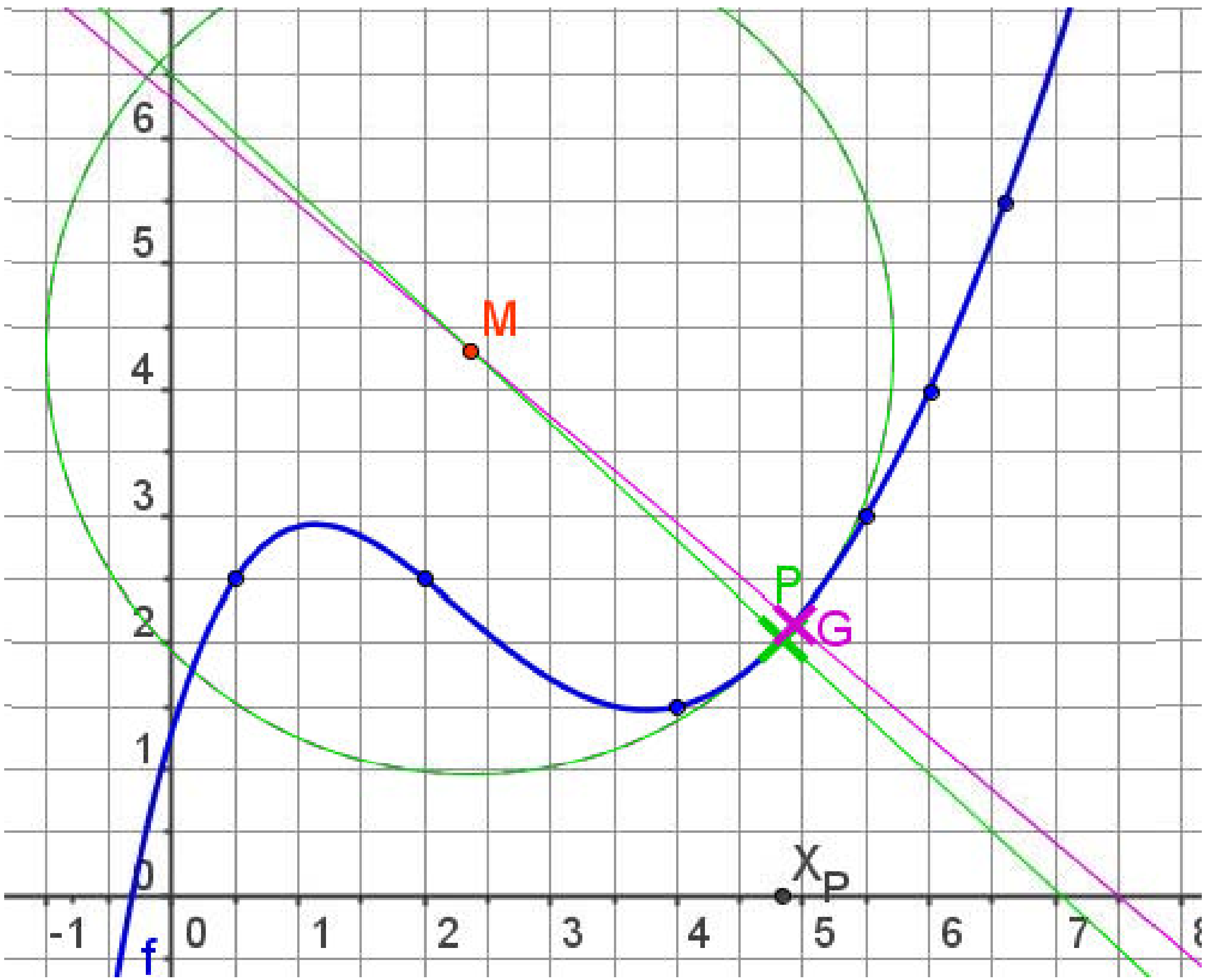
Diese besondere Basis wird

e (Eulersches e) genannt.

e=2,718…..

Die e-Funktion stimmt mit ihrer Ableitung überein.

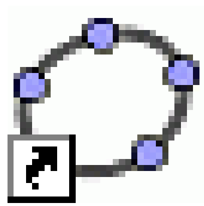
Krümmung und Evolute



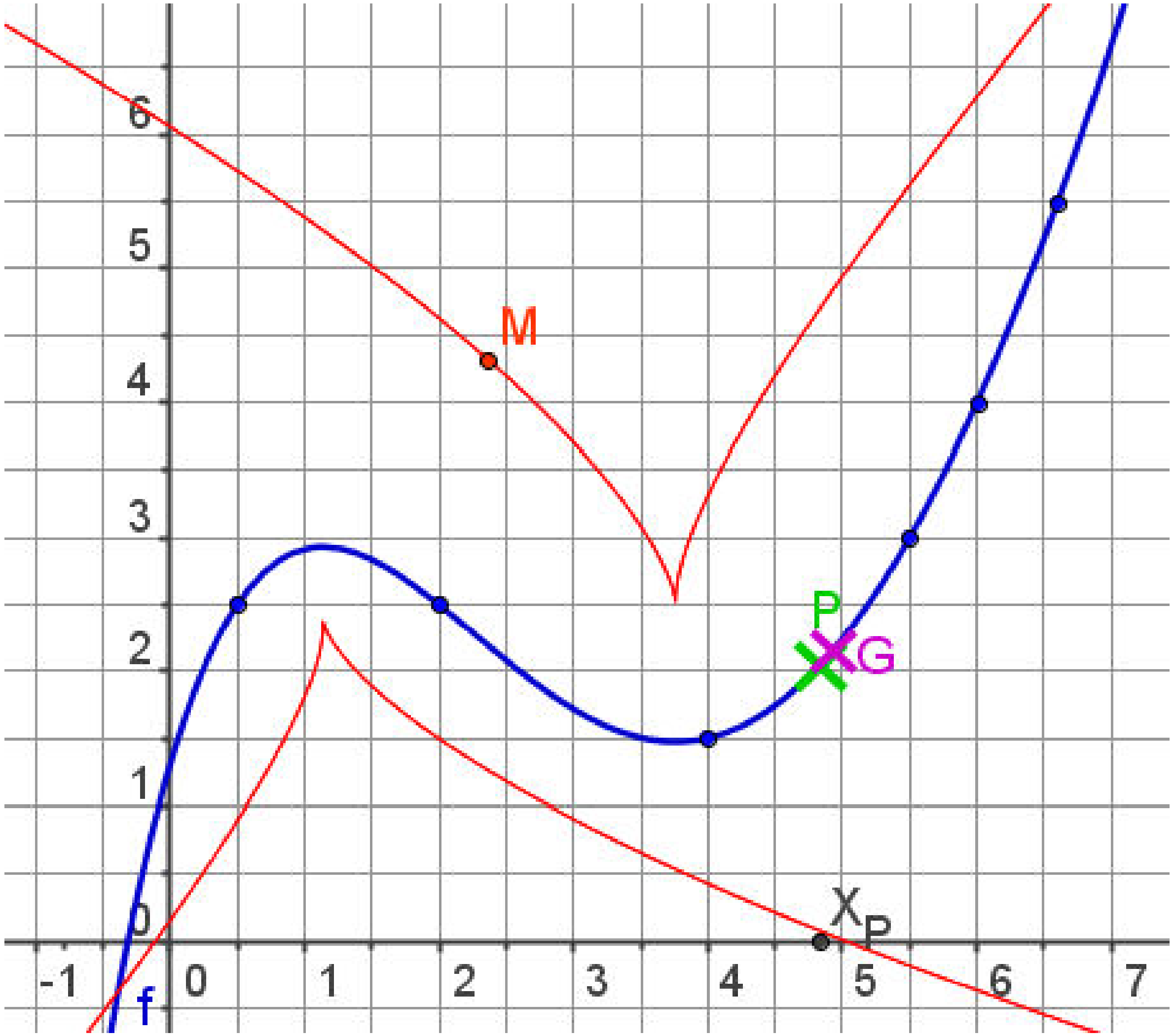
Den Mittelpunkt M des Krümmungskreises einer Kurve im Punkt P

kann man bestimmen, indem man in P und einem um $\mathcal{E}$ verschobenen Punkt G eine Normale errichtet.

Dann bestimmt man den Schnittpunkt der beiden Normalen und lässt ε gegen 0 gehen.



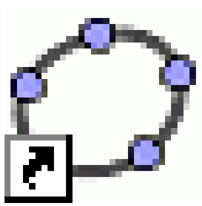
Krümmung und Evolute



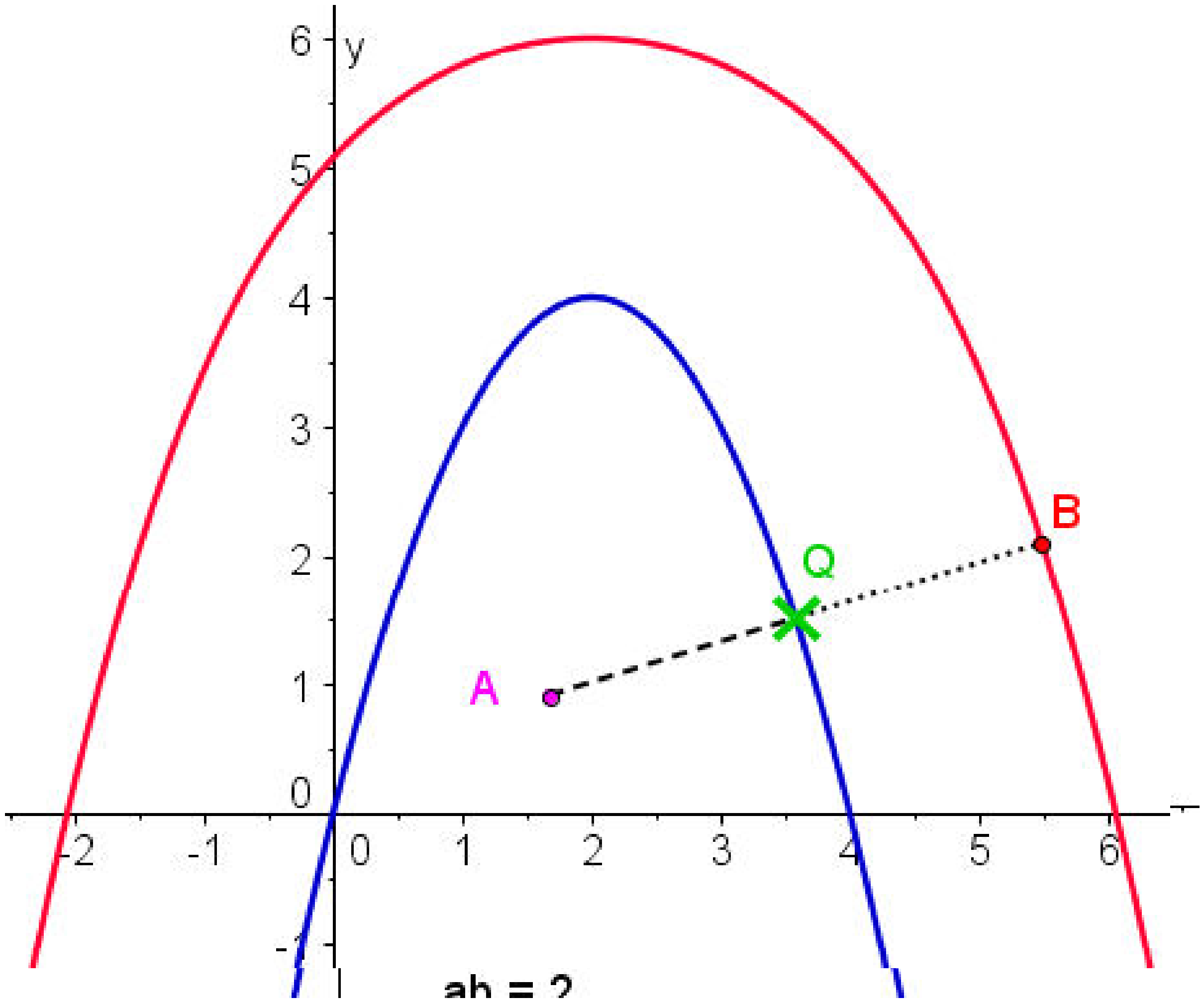
Die **Ortskurve** der Mittelpunkte der Krümmungskreise heißt

Evolute

der Ausgangskurve.

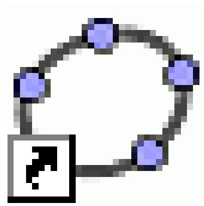


Parallelkurve zur Parabel

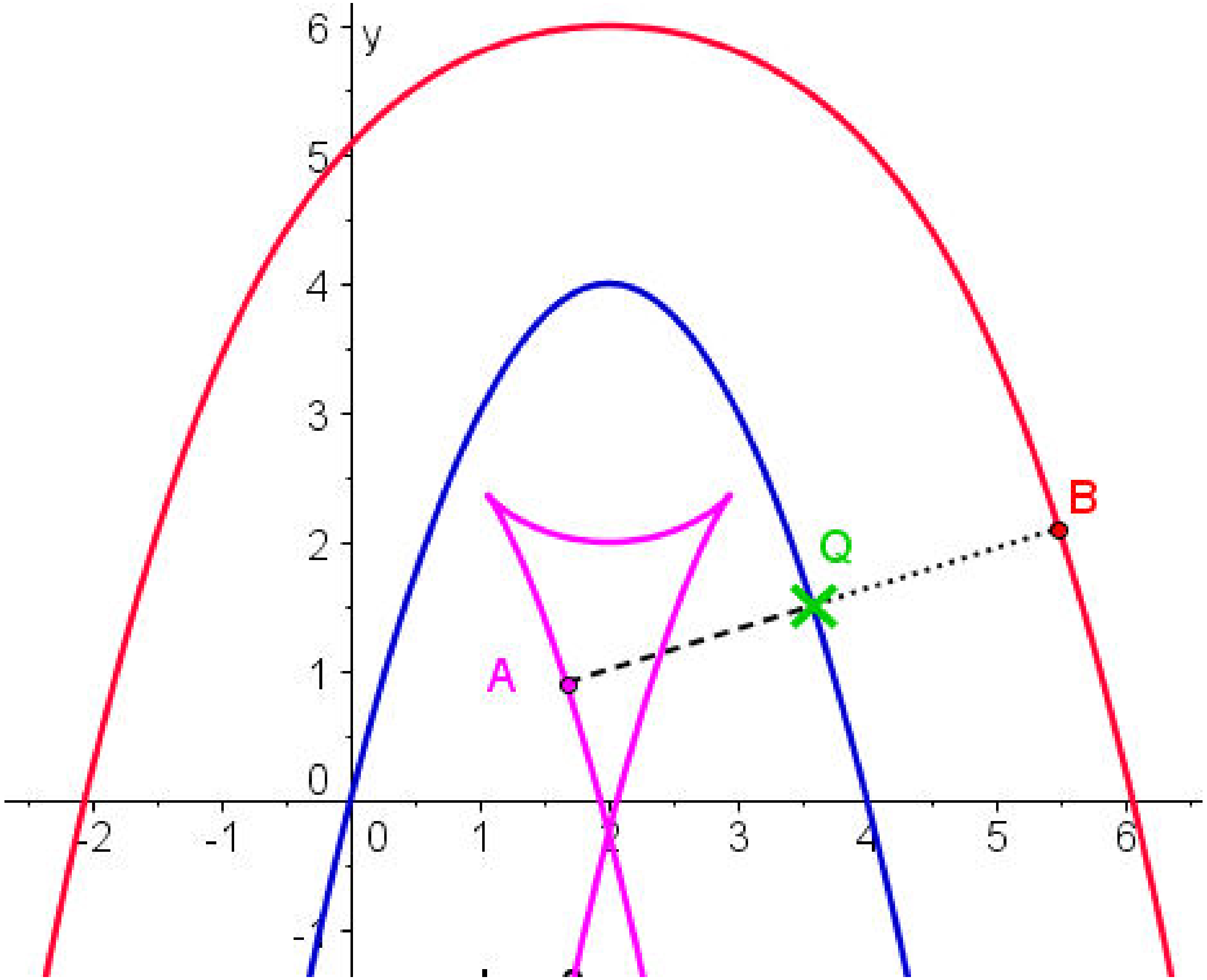


Die Strecken QB und QA sind gleich lang und stehen senkrecht auf der Kurve.

Die Ortskurven von B und A heißen **Parallelkurven** zu der Ausgangskurve.

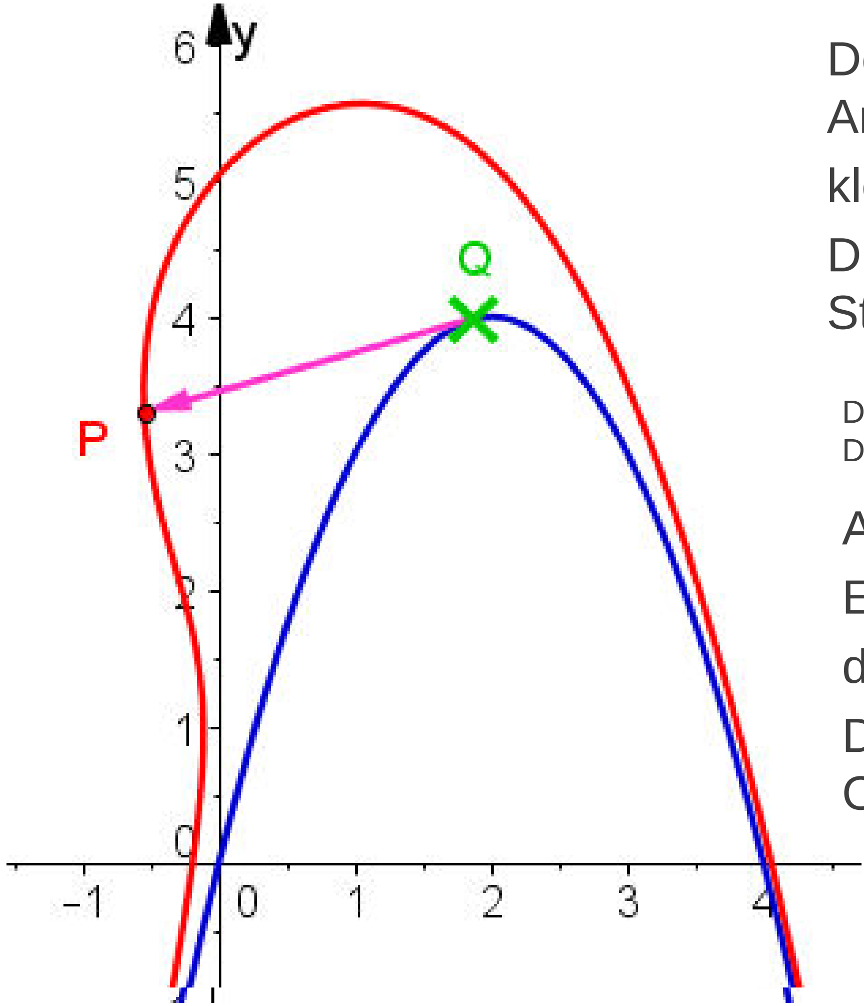


Parallelkurve zur Parabel



Hier kann man die Parallelkurven einer Parabel interaktiv erzeugen.

Flatterband zur Parabel



Der Stein Q fliegt auf einer Wurfparabel.
An einem Band fester Länge zieht er einen kleineren Stein P mit.

Die rote Ortskurve zeigt den Weg des kleineren Steines.

Die Bezeichnung „Flatterband“ habe ich von Dr. Jörg Meyer, Hameln (etwa 1998) erfahren..

Andere Deutung:

Ein Fahrrad fährt von rechts unten so, dass das Hinterrad auf der Parabel fährt.

Dann muss das Vorderrad auf der roten Ortskurve fahren.

Fazit

Anfangs versprach ich:

Ortslinie als Leitlinie

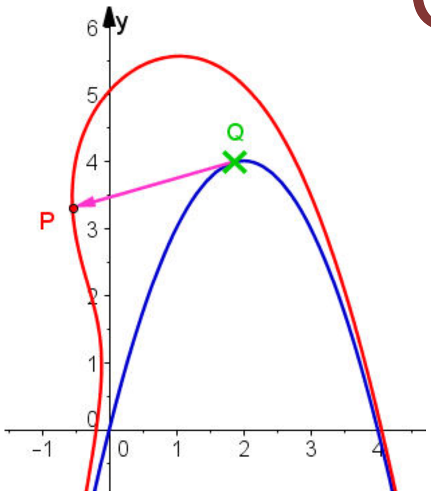
Dies war nun mein Vorschlag.

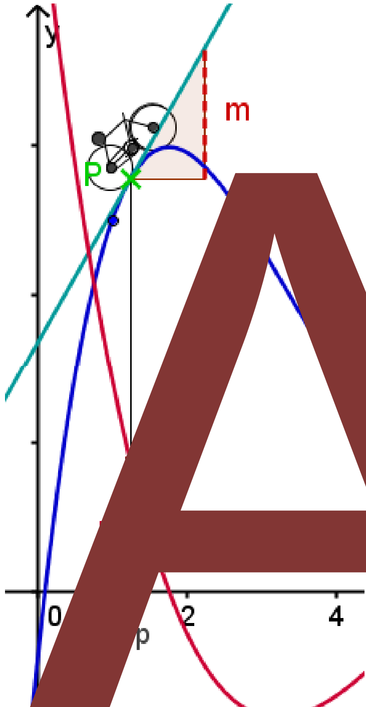
Haben wir das didaktische Potenzial der Ortslinen schon begriffen?

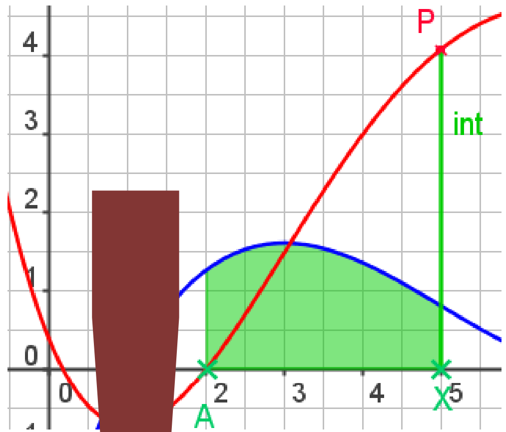
Lernspsychologische Begründung	Durch **Ortslinien** können mathematische Zusammenhänge und Ergebnisse visualisiert werden, **bevor** sie rechnerisch und theoretisch bewältigt sind. Sie wecken **Neugier**, ohne die kein Lernen stattfinden kann. **Interaktionen** fördern die innere Verbindung mit dem Inhalt.
Mathematische Begründung	Auch die mit Ortslinien visualisierten Zusammenhänge bleiben **lohnende mathematische Objekte**. Im Standardstoff bilden sie eine **Brücke** zu formalen und rechnerischen Vorgehensweisen. Man erreicht mit ihnen aber auch eine **mathematische Vielfalt**, die ohne Visualisierung in unerreichbarer Ferne läge.
Didaktische Begründung	Ortslinien laden **zur Variation** ein. Damit bieten sie eine Quelle **für mathematische Argumentation und Kommunikation**. Dabei eröffnen sich oft auch weitere **Perspektiven und Erweiterungen**.

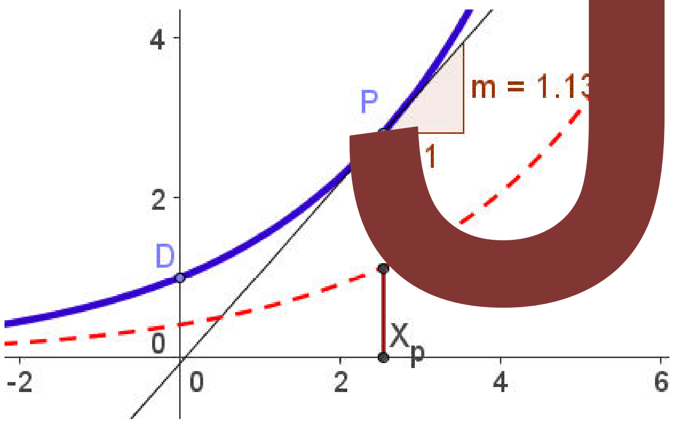
LEUPHANA
UNIVERSITÄT LÜNEBURG

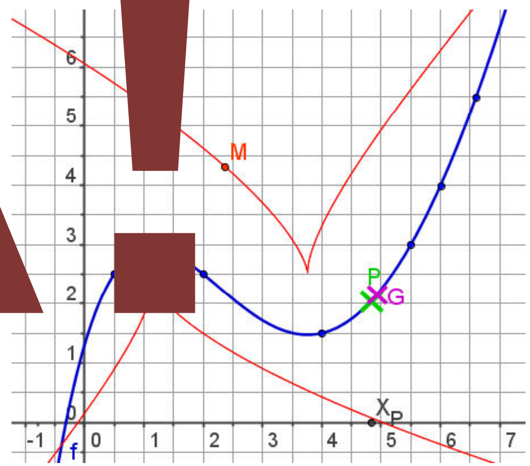
Ortslinie als Leitlinie











JA!

GDM –Tagung

Münster 4.-8. 3. 2013

Vielen Dank

für Ihre

Aufmerksamkeit!

Sie finden alles bei

www.mathematik-

verstehen.de

Bereich Analysis

Spektrum Akademischer Verlag /Springer

ISBN 978 8274 2044 2

www.mathematik-sehen-und-verstehen.de