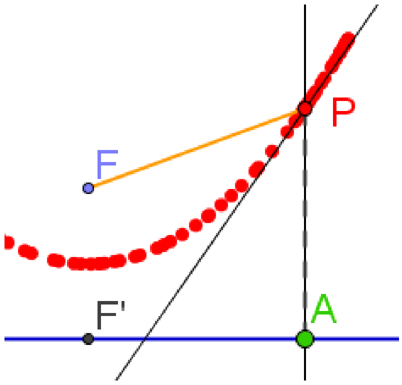
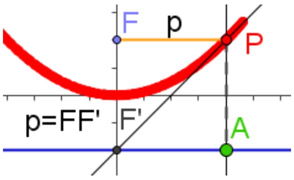
# Parabel Definition mit der Leitgeraden

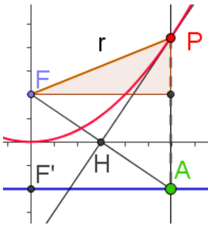



## Konstruktionsbeschreibung

1. Gegeben ist eine "Leitgerade", hier waagerecht, und ein Punkt F außerhalb.
2. A ist ein beliebiger Punkt auf der Leitgeraden.
3. a ist die Mittelsenkrechte von FA.
4. a schneidet die Senkrechte in a auf die Leitgerade in $P_A$.
5. Die Parabel ist der geometrische Ort von, wenn sich A auf der Leitgeraden bewegt. (Ebenso ist hier noch $P_B$ erzeugt.)

**Die Parabel ist der geometrische Ort aller Punkte, die von einem festen Punkt F und der Leitgeraden dieselbe Entfernung haben.**




P=(x,y)
F=(0, p/2)
H=(x/2 , 0)
A=(x, -p/2)
r=PA

$r^2 = x^2 + (y-\frac{p}{2})^2 \wedge r = y+\frac{p}{2}$

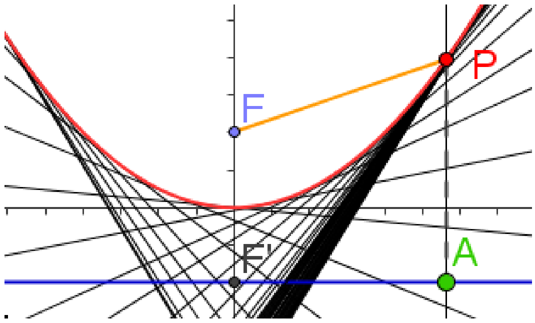
$(y+\frac{p}{2})^2 = x^2 + (y-\frac{p}{2})^2$

$2py = x^2 \iff y = \frac{1}{2p}x^2$

Dass F die Ordinate p/2 hat, ist eine übliche Setzung. Aus dem Strahlensatz folgt dann, dass A die Ordinate –p/2 hat und H die halbe Abszisse von A. Damit ist die **Gleichung der Parabel** in der erwarteten Form hergeleitet.

Gleichzeitig ist bewiesen, dass die Tangente die Steigung $y' = \frac{x^2}{2p} : \frac{x}{2} = \frac{x}{p}$ hat.

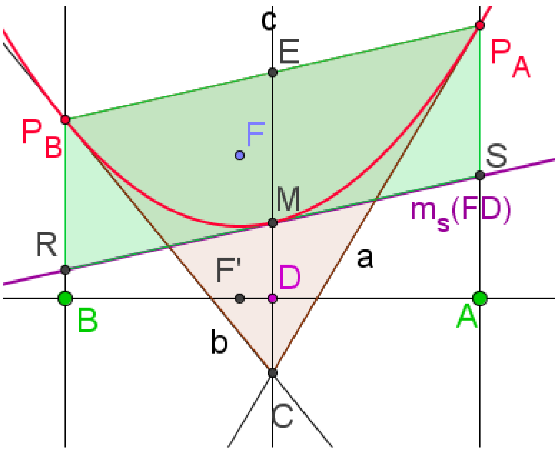
Verfolgt man die Spur von a, so sieht man:
Die Parabel ist die Hüllkurve aller Mittelsenkrechten a.




-------------------------------------

Führt man die Konstruktion noch für einen weiteren Leitgeradenpunkt B aus (sihe unten), so lassen sich noch andere wichtige Parabeleigenschaften herleiten: Das Dreieck AFB hat die beiden Tangenten als Mittelsenkrechten. Es hat noch eine weitere Mittelsenkrechte, nämlich die Senkrechte c durch C auf die Leitgerade. Sie verläuft durch die Mitte D von AB. Damit gilt:

**Zwei verschiedene Tangenten schneiden sich immer an der "Mittelstelle" zwischen den Berührstellen.**




Die Mittelsenkrechte von FD schneidet c in M, M ist wegen FM=MD Parabelpunkt und $m_s$(FD) ist Parabeltangente. Betrachten wir das Trapez $RSP_AP_B$ .$SP_A$ und MC sind gleichlang, denn die beiden Tagenten schneiden sich in der Mitte (s.o.) Ebenso sind MC und $RP_B$ gleichlang. Und das Trapenz mit diesen beiden gesichert parallelen Seiten ist dann ein Parallelogramm, bei dem auch die beiden anderen Seiten parallel sind, d.h. die Sehne $P_AP_B$ ist parallel zur Tangente $m_s$(FD). Damit ist der **Bärenkasten**, d.h. $RSP_AP_B$ elementargeometrisch nachgewiesen. **Speziell ist auch gezeigt, dass sie beiden Randtangenten die untere Kastenstrecke vierteln.**

parabel-leit-tangente.pdf