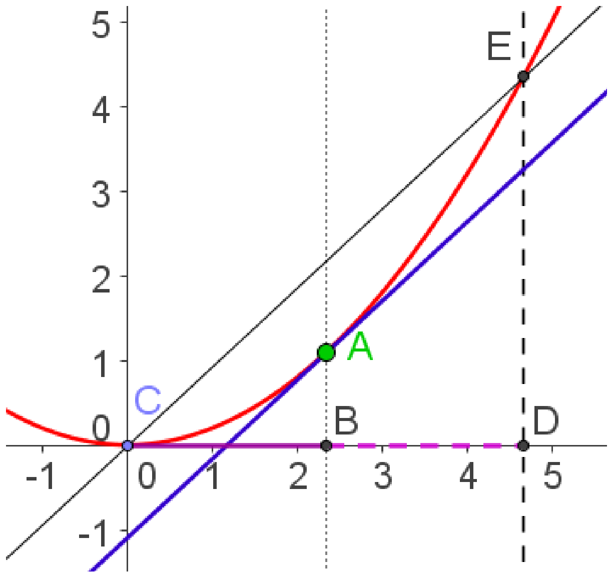
Konstruktion eine Parabeltangente zu einem Parabelpunkt

Konstruktionsbeschreibung

1. Gegeben ist eine Parabel und ein Punkt A auf ihr.
2. B ist der Fußpunktes des Lotes von A ausf die x-Achse.
3. C ist der Ursprung und D ist der Spiegelpunkt von C an B.
4. Erzeuge E als Parabelpunkt an der Stelle von D.
5. Zeichne die Sehne CE und eine Parallele zu ihr durch A. Diese ist die gesuchte **Tangente.**



Beweise:
Je nach dem eingesetztem Vorwissen kann es verschiedene Beweise geben.

1) Elementare Bestätigung (kein Beweis im strengen Sinn): Erzeuge in GeoGebra oder einem anderen passenden Werkzeug die Tangente in A in der "Schnell-Version", tangente[A,f] heißt der Befehl in GeoGebra. Siehe dir an, dass in jeder Stellung von A die auf obige Art konstruierte Tangente mit der vom Werkzeug erzeugten Tangente übereinstimmt. Wenn du auch noch die Parabelöffnung variierst, kannst du ziemlich sicher sein, dass du wirklich die Tangente konstruiert hast. Für einen echten Beweis brauchst du mehr mathematisches Handwerkszeug, das du später lernst.

2) Beweis mit Methoden der **Analysis.**

$f(x) = y = ax^2 \qquad A=(x,y)$

$f'(x) = 2ax$

$f(2x) = a(2x)^2 = 4ax^2 \qquad E=(2x, 4ax^2)$

Steigung $CE = \frac{\text{hoch}}{\text{breit}} = \frac{4ax^2}{2x} = \underline{\underline{2ax = f'(x)}}$

3) Beweis mit Methoden der **Algebra**

$f(x) = y = ax^2 \qquad A=(x_0, y_0)$

$f(2x_0) = a(2x_0)^2 = 4ax_0^2 \qquad E=(2x / 4ax_0^2)$

Steigung $CE = \frac{\text{hoch}}{\text{breit}} = \frac{4ax_0^2}{2x_0} = 2ax_0$

Parallele zu CE durch A $\quad y = 2ax_0(x-x_0)+y_0$

Schnitt der Parallelen mit der Parabel

$ax^2 = 2ax_0x - 2ax_0^2 + ax_0^2$

$ax^2 - 2ax_0x + ax_0^2 = 0$

$x^2 - 2x_0x + x_0^2 = 0$

$(x-x_0)^2 = 0$

doppelte Schnittstelle x_0

also Berührung

4) Beweis aus den Eigenschaften des "**Bärenkastens**" ist trivial, wenn man diesen kennt. Siehe www.mathematik-verstehen.de Bereich Analysis, Polynome im Affenkasten (Haftendorn)
5) Beweis durch **Scherung**: Schert man die Parabel an der y-Achse mit dem Steigungswinkel der Geraden CE, also so dass E auf die x-Achse fällt, dann bleibt die Parabel eine Parabel und A wird ihr Scheitel. Dann wird die konstruierte Parallele die Scheiteltangente und daher musste sie auch schon vorher Tangente sein. (Die Scherung ist eine einendeutige Abbildung.)
6.) Beweis durch Betrachtung der **Parabelkonstruktion** mit der Leitgeraden. Dazu mehr auf obiger Website unter algebraische Kurven, Kegelschnitte, Parabeln.