

LEUPHANA
UNIVERSITÄT LÜNEBURG

Polar doppelt sehen

GDM Arbeitskreis Mathematik und Informatik in Soest am 29. 9.2012
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg

Polar doppelt sehen

Archimedes führt ein	Grundsituation doppelt gesehen
Pascals Schnecken haben noch mehr Facetten	Wie geht man mit negativen Radien um?
Erkundungen	Eigentätigkeit der Lernenden
Weitere Werkzeuge	TI
Fazit	Polar? na klar!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 1

Archimedische Spirale

Freie Objekte
 a = 0.2
 theta = 6.75
 Abhängige Objekte
 K = (theta, r(theta))
 P = (r(theta), theta)
 r(x) = a * x
 theta = theta / pi * 180

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 2

Archimedische Spirale

Freie Objekte
 a = 0.2
 theta = 6.75
 Abhängige Objekte
 K = (theta, r(theta))
 P = (r(theta), theta)
 r(x) = a * x
 theta = theta / pi * 180

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 3

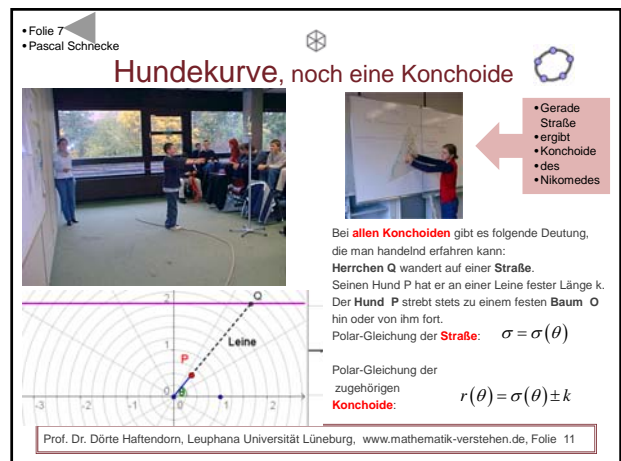
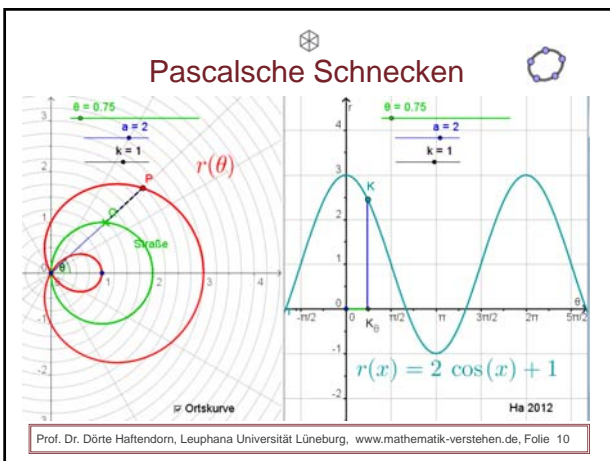
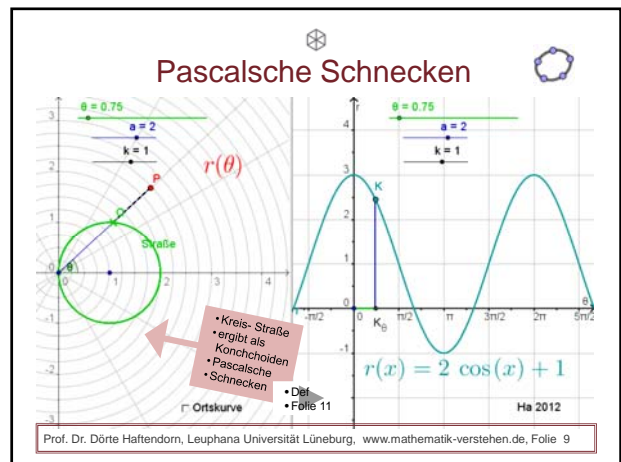
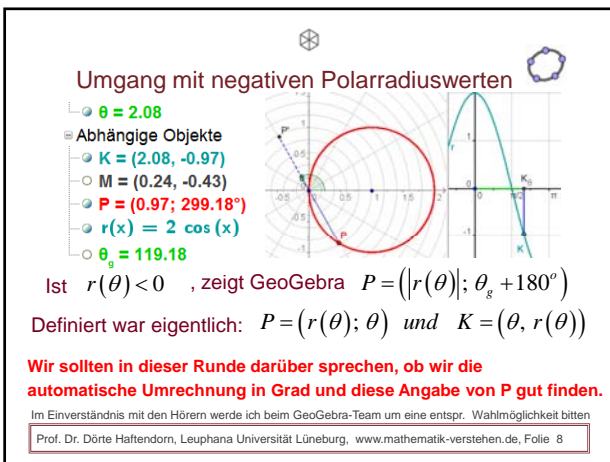
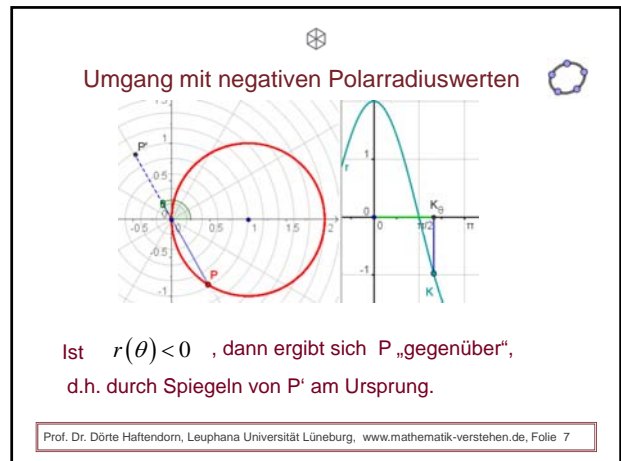
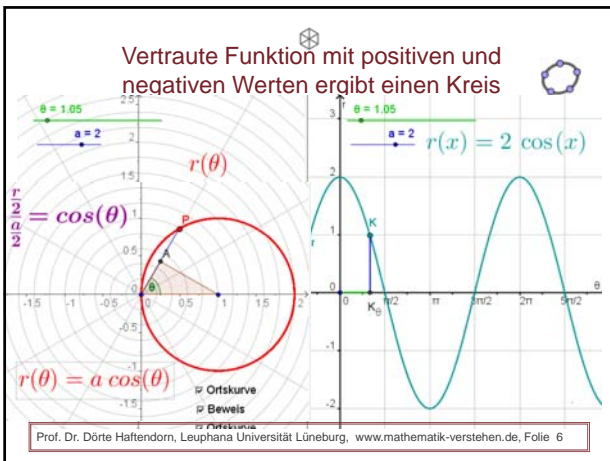
Logarithmus - Spirale

Nanu? Wie deutet man
 negative Radien?
 Dazu ein zweites Grundbeispiel:

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 4

Vertraute Funktion mit positiven und negativen Werten

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 5



Hundekurve, Konchoide des Nikomedes

$r(\theta)$

$a=2$
 $k=2$

$\theta = 0.88$

$r(x) = \frac{2}{\sin(x)} - 2$

$a=2$
 $k=2$

$\theta = 0.88$

Leine

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 12

Was können die Lernenden erkunden?

1. Alle „bekannteren“ Funktionen können in ihrer polaren Gestalt zusammen mit ihrer kartesischen Gestalt betrachtet werden

Archimedische Spirale vs Gerade
Wurzelspirale vs Wurzelfunktion
Quadratspirale vs Parabel

Logarithmus-Spirale vs Logarithmusfunktion
Exponential-Spirale vs Exponentialfunktion

Kreise und Rosetten vs Sinus- bzw. Kosinusfunktionen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 13

Was können die Lernenden erkunden?

2. Alle üblichen Variationen können systematisch untersucht werden:

- Faktor vor dem Funktionsterm, \rightarrow Zentrische Streckung
- Faktor bei der Variablen, \rightarrow vielfältige Wirkung, siehe Rosetten
- Addition einer Konstanten zu Funktionsterm, \rightarrow zugehörige Konchoiden, s.o.
- Addition bei der Variablen \rightarrow Drehung der Kurve

3. Spezielle Untersuchungen für jedes Niveau

z.B. Polarblume

$x=1$?

$r(x) = \frac{1}{2} \cos\left(\frac{x}{2}\right)$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 14

Was können die Lernenden erkunden?

4. Kurvenfamilien mit gemeinsamer Polargleichung mit Parameter können erkundet werden:

z.B. Kegelschnitte, Rosetten, eigene Kreationen ...

$r(x) = 1 - 2 \cos(x)$

$r(x) = \frac{1}{1 - 0.5 \cos(x)}$ $r(\theta) = \frac{p}{1 - \varepsilon \cos(\theta)}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 15

Was können die Lernenden erkunden?

5. Inversion am Kreis kann einfach durchgeführt und auf jedem Niveau betrachtet werden.

Inversion der Kegelschnitte ergibt Pascalsche Schnecken.
Inversion einer Parabel (an passendem Kreis) ergibt eine Kardioid.

$\sigma(\theta) = \frac{1}{r(\theta)}$

$r(x) = \frac{2}{1 - \cos(x)}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 16

Was können die Lernenden erkunden?

5. Inversion am Kreis kann einfach durchgeführt und auf jedem Niveau betrachtet werden.

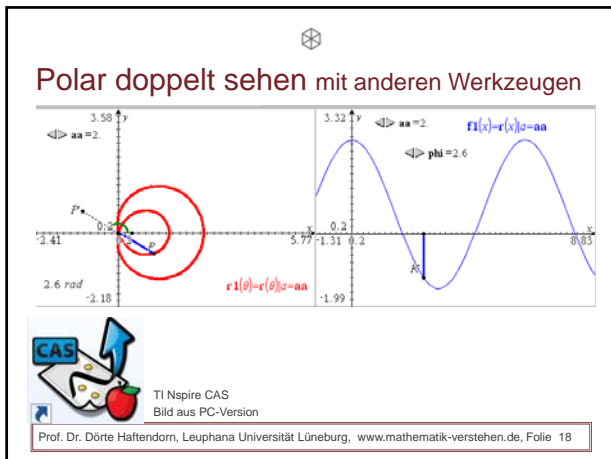
Strophoiden gehen bei Inversion in sich über, sie gehören also zu den anagmatischen Kurven

$r(\theta) = \frac{1}{r(\theta)}$

$r(x) = 1 \frac{1 - \sin(x)}{\cos(x)}$

$\sigma(x) = \frac{1 + \sin(x)}{\cos(x)}$

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 17



⊗

Polar doppelt sehen

Polar ? Na klar!

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 19

⊗

Vielen Dank
für Ihre
Aufmerksamkeit!

Sie finden alles bei
www.mathematik-verstehen.de

Spektrum Akademischer Verlag /Springer
ISBN 978 8274 2044 2
www.mathematik-sehen-und-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Folie 20