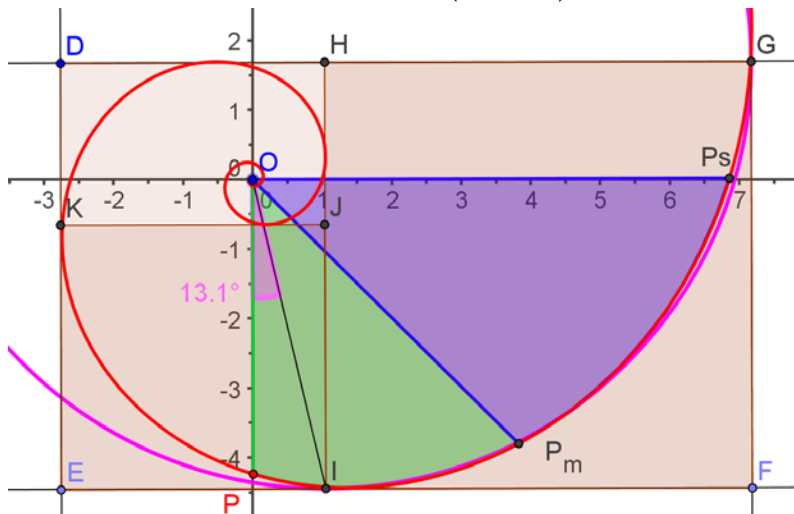


Goldene Spirale versus Goldene Schnecke

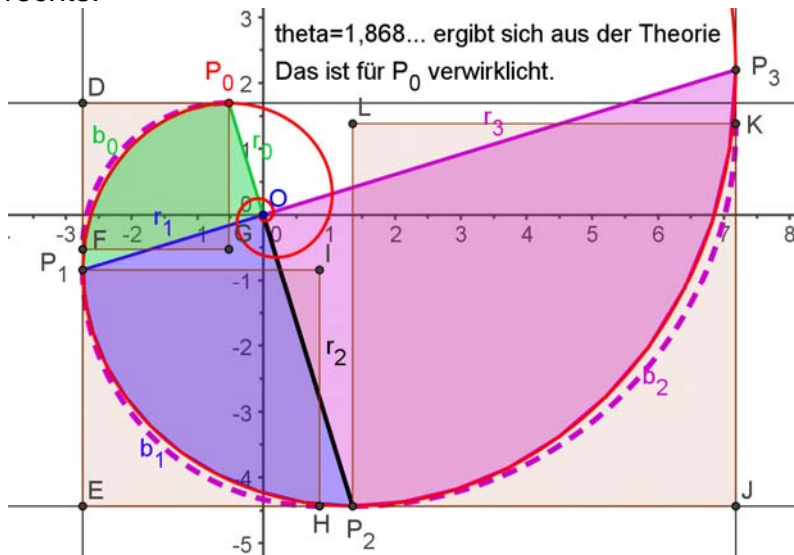
Goldene Spirale aus Polardarstellung vs. Goldene Schnecke aus Viertelkreisen

$$r(\theta) = \phi^{\frac{2}{\pi}\theta} \quad \text{mit } \phi = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{5}) = 1.6180... \text{ gemäß dem goldenen Schnitt.}$$



Goldene Spirale und Goldene Schnecke stimmen nur näherungsweise überein.

Idee der theoretischen Untersuchung: P_0 wird mit analytischen Methoden aus der waagerechten Tangente bestimmt. Es wird dann nachgewiesen, dass alle senkrechten und waagerechten Tangenten-Berührungspunkte in π -Halbe-Abstand aufeinander folgen. Rechnungen rechts.



Nachdem die P_i und ihrer Tangenten aus der Theorie gesichert sind, wurden oben aus P_0 und D , bzw. P_1 und E usw. Quadrate gebildet und die zugehörigen Viertelkreise eingezeichnet. Hier zeigt sich unmissverständlich, dass die „Goldene Spirale“ und die „Goldene Schnecke“ verschieden sind.

Die Goldene Schnecke aus Viertelkreisen hat beim Übergang von einem Kreis zum anderen sicher Krümmungssprünge, die durch das Exponentialgesetz definierte Spirale sicher nicht. **Damit werden die Fälle, in denen natürliches Wachstum zu Spiralen führt, von der „Exponential-Spirale“ sicher besser beschrieben..**

phi-spirale+golden.docx

Die auf der Seite „**Goldene Spirale**“ bewiesenen Eigenschaften gelten für jede Lage von P . Daher O.B.d.A. kann die dargestellte Lage gewählt werden. Konstruktion des Bildes: D, E und F sind Achsenparallel verschieblich und so interaktiv gezogen, dass ein Rechteck entsteht, das die Spirale (in diesem Gebiet) berührt. H und I , bzw. K und J , sind dann so (echt) konstruiert, dass $GFHI$ und $EIJK$ Quadrate sind.

$$r(\theta) = \phi^{\frac{2}{\pi}\theta}, \quad \dot{r}(\theta) = \frac{2\ln(\phi)}{\pi} r(\theta)$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{r} \sin(\theta) + r \cos(\theta)}{\dot{r} \cos(\theta) - r \sin(\theta)}$$

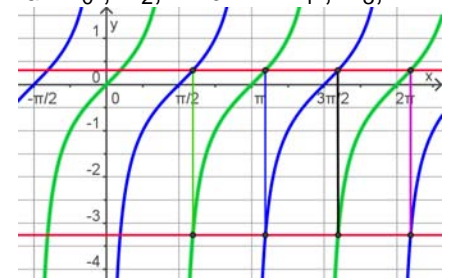
Für P_0, P_2, \dots muss der Zähler verschwinden, für P_1, P_3, \dots der Nenner. Das führt mit $s = \frac{2}{\pi} \ln(\phi)$

zu

$$-\cot(\theta) = s \Leftrightarrow \tan(\theta) = -\frac{1}{s}$$

$$\tan(\theta) = s \Leftrightarrow -\cot(\theta) = -\frac{1}{s}$$

für P_0, P_2, \dots bzw. P_1, P_3, \dots



Damit sind die Berührungspunkte im Winkelabstand π -Halbe gesichert. Sie alle ergeben sich aus $\theta = 0.29727... = 17,032...^\circ$ bzw.

$$\theta(P_0) = 0.29727... + \frac{\pi}{2} = 1.8680... = 107,032...^\circ$$