

Taylorpolynome und ihre Lage im Vergleich zu f

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, MuPAD 4, <http://haftendorn.uni-lueneburg.de> Aug.06

Automatische Übersetzung aus MuPAD 3.11, Mrz 05 Update 28.11.05

Es fehlen noch textliche Änderungen, die MuPAD 4 direkt berücksichtigen, das ist in Arbeit.

Web: <http://haftendorn.uni-lueneburg.de> www.mathematik-verstehen.de

+++++

Tay.-P. geraden Grades "durchsetzen" i.a. den Graphen von f Mrz 05

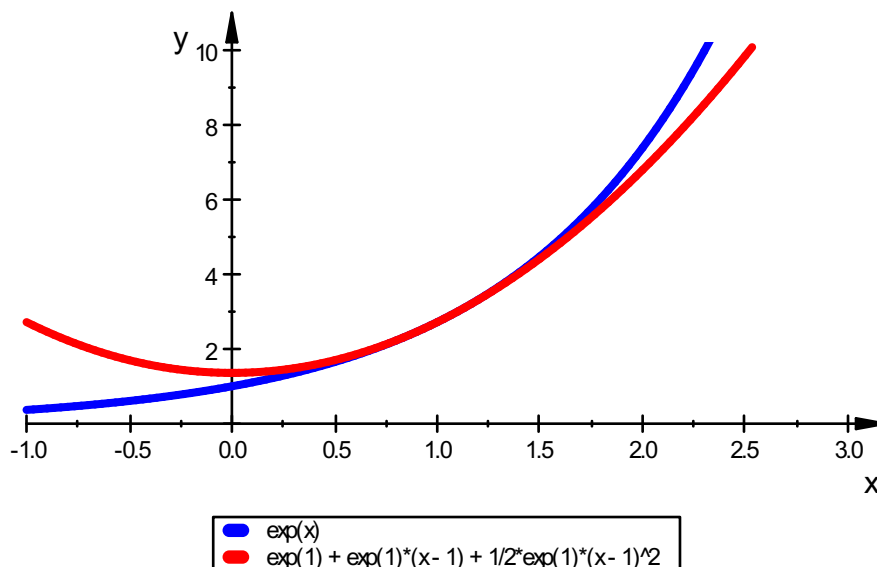
Update 28.11.05

im Entwicklungspunkt.

```
tay:=x->expr(taylor(exp(x),x=1,3)):
tay(x)
```

$$e + e \cdot (x - 1) + \frac{e \cdot (x - 1)^2}{2}$$

```
plotfunc2d(exp(x),tay(x),x=-1..3,ViewingBoxYRange,
,LineWidth=1)
```



Begründung: p2 sei das Taylorpolynom 2.Grades.

I.A. ist nun q3:=p2-f ein Polynom 3. Grades mit einer dreifachen Nullstelle im Entwicklungspunkt x0.

$$q3(x)=a(x-x_0)^3+b(x-x_0)^4+\dots=(x-x_0)^3*(a+b(x-x_0)+\dots)$$

War a ungleich 0, dann wechselt q3 das Vorzeichen in x0.

Das heißt gerade, dass p2 f in P durchsetzt.

Entsprechendes gilt für p4, p6 u.s.w.

1

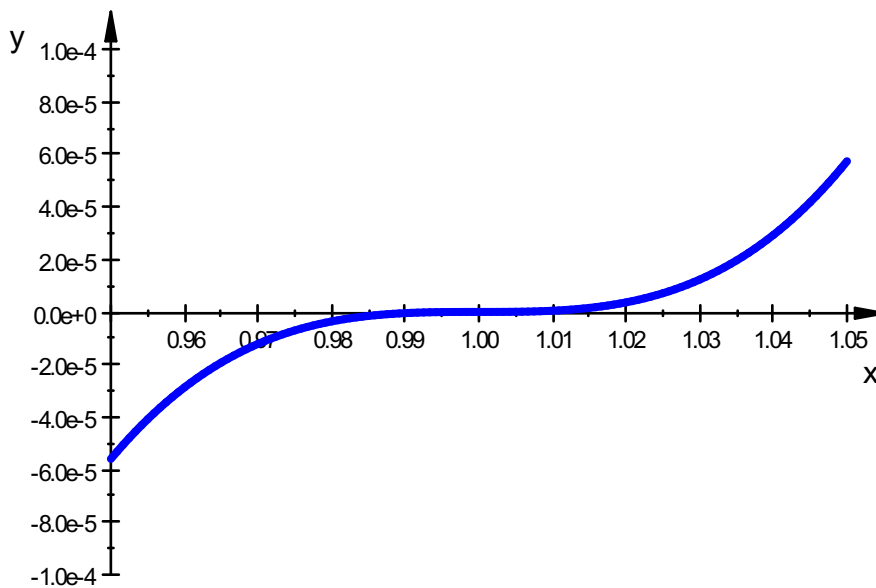
Nur wenn a=0 ist, stimmt diese Argumentation nicht. (s.u. bei Kosinus)

Derzimal [Stelle x, f(x), tay(x)] für f(x)=e^x

```
[float(xx/1000), float(subs(exp(x), x = xx/1000))  
float(subs(tay(x), x=xx/1000))] $ xx=999..1001  
[0.999, 2.715564905, 2.715564906], [1.0, 2.718281828, 2.718281828], [1.001, 2.718281828, 2.718281828]
```

Die Differenzfunktion hat einen Sattel

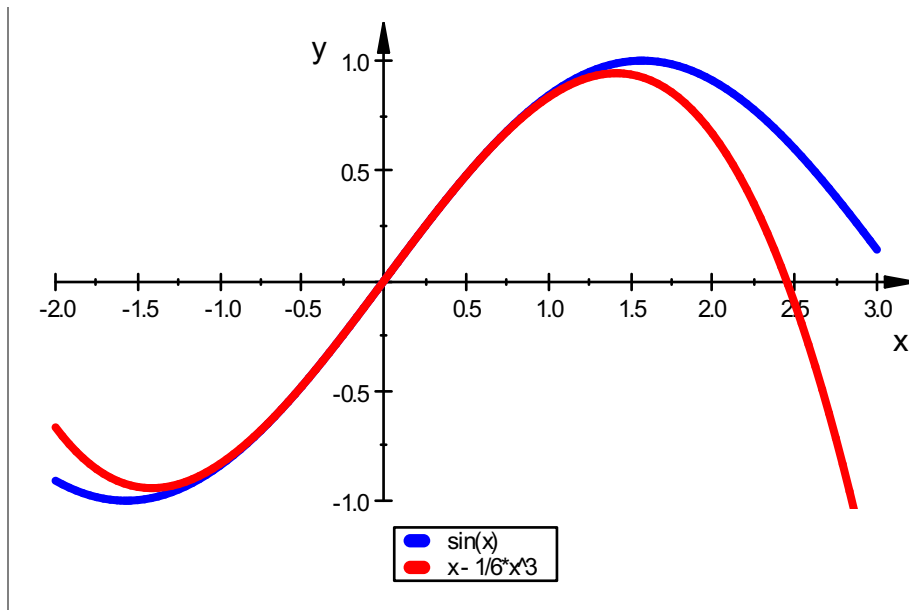
```
plotfunc2d(exp(x) - tay(x), x=0.95..1.05,  
ViewingBoxYRange=-0.0001..0.0001, LineWidth=1)
```



Sinus und Kosinus bilden Sonderfälle, da bei Ihnen alle T-P ungerade bzw. gerade sind. Daher ist pi-f immer ungerade, bzw. immer gerade.

```
tay:=x->expr(taylor(sin(x), x=0, 3)) :  
tay(x) ;  
plotfunc2d(sin(x), tay(x), x=-2..3,  
ViewingBoxYRange=-1..1, LineWidth=1)
```

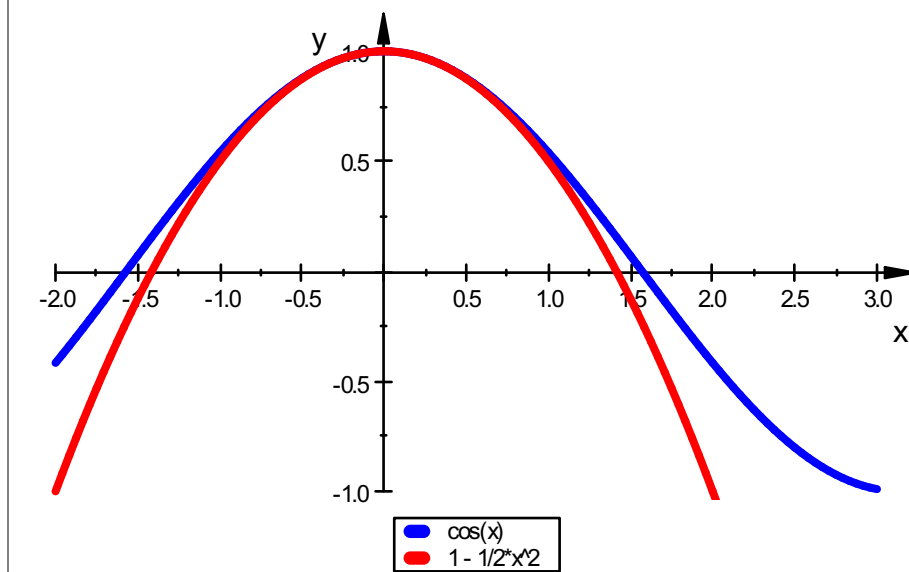
$$x - \frac{x^3}{6}$$



Beim Sinus durchsetzen alle T-P. um O den Graphen.

```
tay:=x->expr(taylor(cos(x),x=0,3)):
tay(x);
plotfunc2d(cos(x),tay(x),x=-2..3,
ViewingBoxYRange=-1..1,LineWidth=1)
```

$$1 - \frac{x^2}{2}$$



Beim Kosinus durchsetzet kein T-P. um O den Graphen.

|
|
|
|