

Beispiel von der Lernseite

Beispiel in "Stücklisten-Auffassung" Bezeichnungen siehe Lernseite

$$rz = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad rz = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad rz = rz \cdot rz = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$bv = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad bv = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad bv = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \end{bmatrix}$$

Bestellung von 20 Fässern und 10 Kübeln $rz \cdot bv = \begin{bmatrix} 210 \\ 80 \end{bmatrix}$

Dazu braucht man 210 Liter r1 und 80 Liter r2.

Um das herzustellen, braucht man $zw = rz \cdot bv = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}$ 30 Flaschen z1 und 50 Kanister z2.

Probe $rz \cdot zw = \begin{bmatrix} 210 \\ 80 \end{bmatrix}$, wie oben. Das war klar, da $rz \cdot zw = rz \cdot (rz \cdot bv) = (rz \cdot rz) \cdot bv$ gilt.

Man sieht hier, dass die Bestellung nicht etwa (20+10) Liter=30 Liter betrifft, sondern (210+80) l= 290 l.

1.1

Die richtige Art, alles gleich in Anteilen (Index s)

$$rz = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad rz = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}, \quad rz = rz \cdot rz = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$$

$$bv = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}, \quad bv = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix}, \quad bv = \begin{bmatrix} 30 \\ 20 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 50 \\ 40 \end{bmatrix}$$

Bestellung in Liter $rz \cdot bv = \begin{bmatrix} 210 \\ 80 \end{bmatrix}$ Man braucht dazu von r1 die obere Literzahl, von r2 die untere.

$zw = bv \cdot \begin{bmatrix} 25 \\ 2 \\ 12,5 \\ 17,5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 515 \\ 24 \\ 205 \\ 24 \end{bmatrix}$ Um das herzustellen braucht man die obere Literanzahl von z1 und die untere von z2. Es sind zusammen natürlich auch 30 l.

1.2

Stücklistenauffassung (Fass/Kübel) umgerechnet in Liter. (nicht empfohlen)

Ein Fass mit 7 Litern und ein Kübel mit 15 Litern $re = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$

enthält also Flüssigkeiten, aus denen man nun Litermengen abfüllen könnte.

Fass/Kübel-Art umgerechnet in Liter-Anteile: $refk = \begin{bmatrix} 5 & 11 \\ 7 & 15 \\ 2 & 4 \\ 7 & 15 \end{bmatrix}$

$approx(refk) = \begin{bmatrix} 0,714286 & 0,733333 \\ 0,285714 & 0,266667 \end{bmatrix}$

Liter-Bestellung $bv = \begin{bmatrix} 20 \\ 10 \end{bmatrix}$ $refk \cdot bv = \begin{bmatrix} 454 \\ 21 \\ 170 \\ 21 \end{bmatrix}$ $approx(refk \cdot bv) = \begin{bmatrix} 21,619 \\ 8,38095 \end{bmatrix}$ Das ist zufällig

nicht sehr verschieden von $approx(rez \cdot bv) = \begin{bmatrix} 21,4583 \\ 8,54167 \end{bmatrix}$, wenn sofort in Anteilen geschrieben wird

Unterschied ist bei diesem Beispiel nicht groß. Aber es ist sicher etwas Anderes.

Nun hat man nicht ohne weiteres die zu refk hinführenden Übergangsmatrizen.

1.3

Die erste ist dieselbe wie in der Anteile-Auffassung

$rzfk = rz = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ Nun sucht man $refk$ so, dass $rzfk \cdot refk = refk$ gilt

Also ist zu bilden $refk^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$ (Probe $refk \cdot \begin{bmatrix} 3 & 9 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$)

und zu berechnen $refk \cdot refk^{-1} = refk$ Diese Übergangsmatrix kann man sich mit einiger

Mühe auch direkt an dem Bild auf der Lernseite überlegen: 3 von den 7 l im Fass e1 stammen aus z1 usw. Schwierig wird es, wenn $refk$ eine echte Rechtecksmatrix ist.

Damit erst kann man berechnen, wieviele Flaschen z1 und Kanister z2 man braucht, um die

Bestellung herzustellen: $zwfk = refk \cdot bv = \begin{bmatrix} 24 \\ 136 \\ 136 \\ 7 \end{bmatrix}$ $approx(zwfk) = \begin{bmatrix} 10,5714 \\ 19,4286 \end{bmatrix}$

Nun sieht man 1., es kommt etwas anderes heraus. 2. Es ist schwieriger zu berechnen.

1.4

Fazit:

1. Die Gozintographen für Stückgüter sind ein schönes Thema, die Verflechtungsmatrizen lassen sich gut erklären und können sogar als Einführung in die Matrizenmultiplikation verwendet werden.

2. Bei Gozintographen für Schüttgüter muss man sehr sorgfältig auf die Modellierung achten:

Version A Stückgüterauffassung: Wenn man genau wie bei Stückgütern rechnen möchte, kann man allenfalls die Rohstoffe in einer gemeinsamen Mengeneinheit angeben, danach muss man, wie auf der Lernseite, Flaschen, Kanister, Fässer, Kübel... zu Hilfe nehmen, Bestellungen und Preise usw. können nur für die Gebinde der Endprodukte berechnet werden.

Version A - Falsch: Es geht nicht, dass man allen einfach "ME=Mengeneinheiten" nennt, es entstehen dann herbe Widersprüche, insbesondere ist MengenEINHEIT in der Physik etwas Anderes. Dies müsste verboten sein.

Version B Stückgüterauffassung umgerechnet in eine gemeinsame ME erfordert zusätzliche nichttriviale Überlegungen, nicht empfehlenswert.

Version C Den Gozinto-Graphen als "antellig" auffassen oder gleich mit Anteilen beschriften. Dann haben die Matrizen Spaltennormierung 1 und alles geht glatt.

1.5