

Ökonomie, Zusammengesetzte Funktionen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, MuPAD 4, Dez.06 Update Jan 07

Web: <http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

www.mathematik-verstehen.de

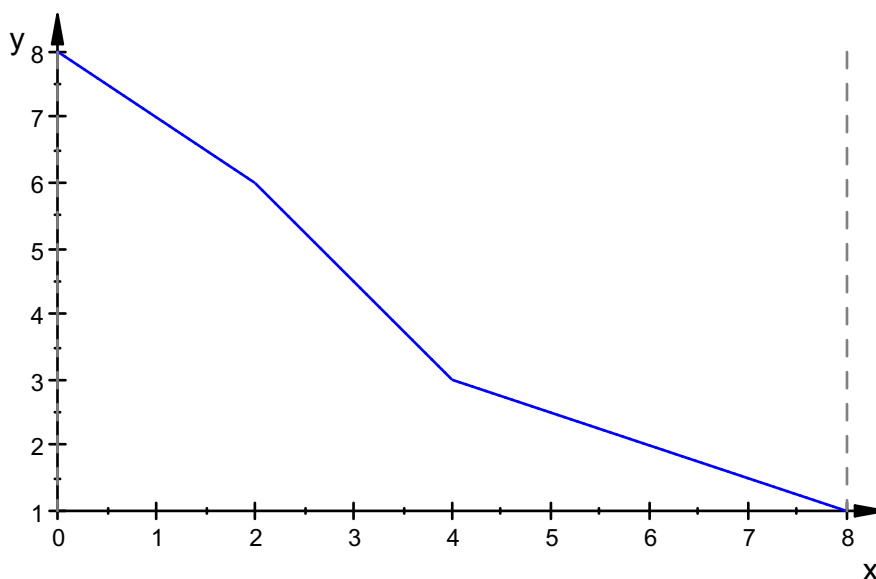
```
p1:=x->t*x+a;  
p2:=x->m*(x-x1)+p1(x1);  
p3:=x->n*(x-x2)+p2(x2);  
f:=x->piecewise([0<=x and x<=x1,p1(x)],  
                 [x1<x and x<=x2,p2(x)],  
                 [x2<x and x<=x3,p3(x)]):
```

$$x \rightarrow t \cdot x + a$$

$$x \rightarrow m \cdot (x - x1) + p1(x1)$$

$$x \rightarrow n \cdot (x - x2) + p2(x2)$$

```
a:=8:    t:=-1:    m:=-1.5:    n:=-0.5: x1:=2:    x2:=4:x3:=8:  
plotfunc2d(f(x),x=0..x3)
```

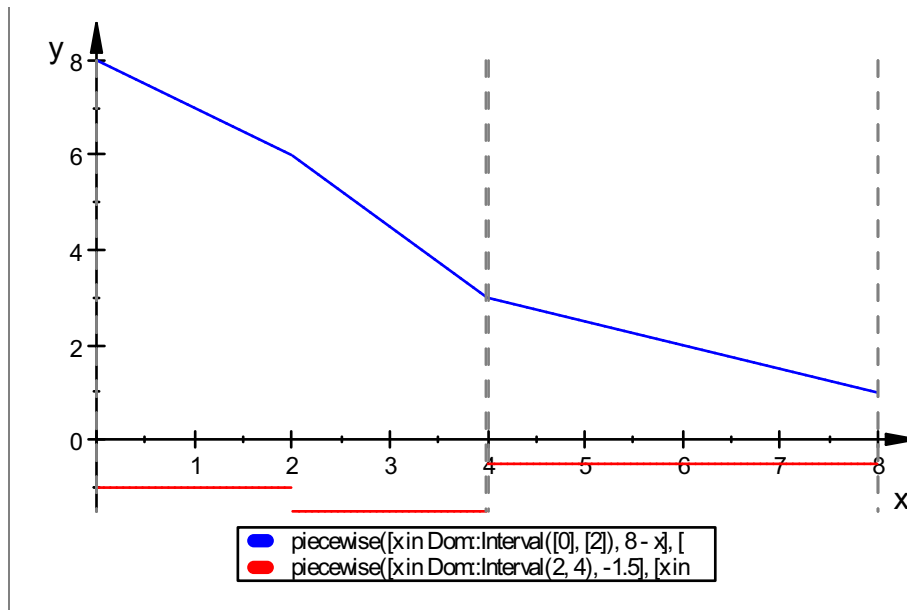


f(x)

$$\begin{cases} 8 - x & \text{if } x \in [0, 2] \\ 5.0 - 0.5 \cdot x & \text{if } x \in (2, 4] \\ 9.0 - 1.5 \cdot x & \text{if } x \in (4, 8] \end{cases}$$

Zeichnung mit den Ableitungen:

```
plotfunc2d(f(x), f'(x), x=0..x3);
```



Daraus wird gebildet:

```
g1(x) := x -> x * p1(x) ;
g2(x) := x -> x * p2(x) ;
g3(x) := x -> x * p2(x) ;
g(x) := x -> x * f(x) ;
```

$x \rightarrow x \cdot p1(x)$

$x \rightarrow x \cdot p2(x)$

$x \rightarrow x \cdot p2(x)$

$x \rightarrow x \cdot f(x)$

Dazu kommt noch die Gerade h

```
h := x -> k * x + b ;
k := 1 :    b := 3 :
```

$x \rightarrow k \cdot x + b$

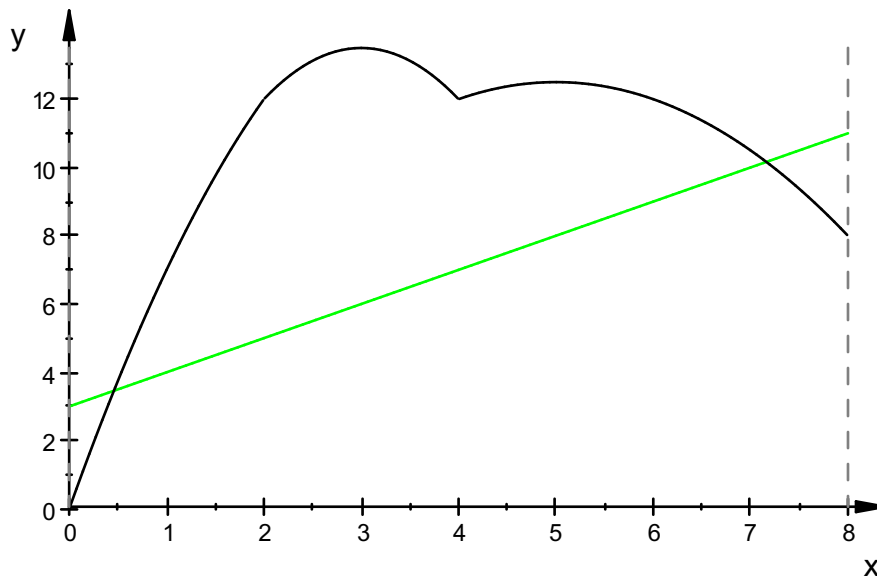
Um die Integralfächen zu zeichnen, muss man Graphikobjekte erzeugen:

```
fpl := plot::Function2d(f(x), x=0..x3) ;
gpl := plot::Function2d(g(x), x=0..x3, LineColor=[0,0,0]) ;
hpl := plot::Function2d(h(x), x=0..x3, LineColor=[0,1,0]) ;
plot(hpl, gpl) ;
```

$$\text{plot::Function2d} \left(\begin{cases} -x + 8 & \text{if } x \in [0, 2] \\ -0.5 \cdot x + 5.0 & \text{if } x \in (4, 8] \\ -1.5 \cdot x + 9.0 & \text{if } x \in (2, 4] \end{cases}, x = 0 \dots 8 \right)$$

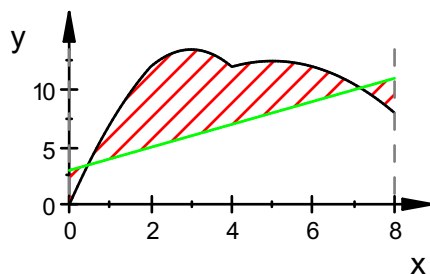
$\text{plot::Function2d}(x \rightarrow x \cdot f(x), x = 0 \dots 8)$

```
plot::Function2d(x + 3, x = 0 ..8)
```



```
zwischen:=plot::Hatch(gpl,hpl,x=0..x3):
```

```
plot(zwischen,gpl,hpl)
```



Hier ist zuviel genommen.

Nun sind die Schnittpunkte von g und h zu bestimmen

```
solve(g(x)=h(x),x)
```

```
{(x → x · f(x)) - 3}
```

Das geht so nicht, also einzeln

```
xs:=solve(x*p1(x)=h(x),x)
```

```
{7/2 - sqrt(37)/2, sqrt(37)/2 + 7/2}
```

Davon nehmen wir den ersten Wert

```
xs1:=xs[1]
```

```
7/2 - sqrt(37)/2
```

Ebenso

```
xs:=solve(x*p3(x)=h(x),x);
```

```
xsr:=xs[2];
```

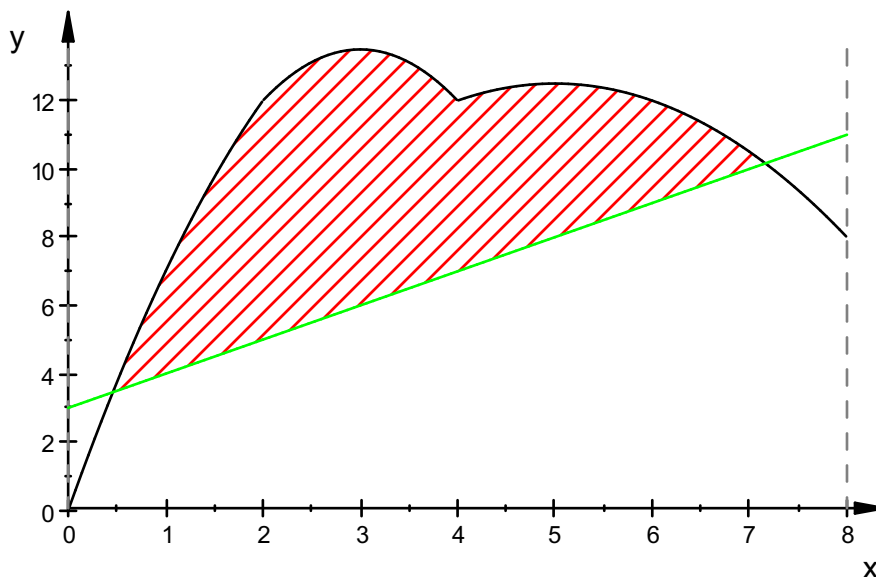
{0.8377223398, 7.16227766}

7.16227766

```
gplz:=plot::Function2d(g(x),x=xsl..xsr, LineColor=[0,0,0]);  
hplz:=plot::Function2d(h(x),x=xsl..xsr, LineColor=[0,1,0]);  
zwischen:=plot::Hatch(gplz,hplz,x=xsl..xsr):  
plot(zwischen,gpl,hpl)
```

$\text{plot::Function2d}\left(x \rightarrow x \cdot f(x), x = -\frac{\sqrt{37}}{2} + \frac{7}{2} \dots 7.16227766\right)$

$\text{plot::Function2d}\left(x + 3, x = -\frac{\sqrt{37}}{2} + \frac{7}{2} \dots 7.16227766\right)$



Berechnung des Integrals

```
int(g(x)-h(x), x=xsl..xsr)
```

7.16227766
 $\int_{\frac{7}{2} - \frac{\sqrt{37}}{2}}^{7.16227766} ((x \rightarrow x \cdot f(x)) - x - 3) dx$

Geht so nicht. Also einzeln

```
i1:=float(int(x*p1(x)-h(x), x=xsl..x1));  
i2:=int(x*p2(x)-h(x), x=x1..x2);  
i3:=int(x*p3(x)-h(x), x=x2..xsr);  
i1+i2+i3
```

6.005184468

14.0

10.54092553

30.54611

Die letzte Zahl ist die Gesamtfläche.