

Mathe-Basis verstehen: *Es ist nie zu spät!*



Schulinterne

Lehrer-

Fortbildung,

11.4.2017

g-11 Hamburg

Gewerbeschule für Gastronomie und Ernährung

Mathe-Basis

- Was wird i.d.R. nach der Sek 1 **nicht sicher gekonnt**?
 - Zuordnungen, Dreisatz u.ä.
 - Kopfrechnen
 - Größenvorstellungen und Umrechnungen
 - Prozentrechnung, Bruchrechnung
- Was macht es erfahrungsgemäß **schwierig**, die notwendigen Fähigkeiten **doch noch zu lehren**?
 - Verfestigtes Selbstkonzept: „konnte ich nie“
 - Überdruß, Langeweile, schlechte Erfahrungen
 - mangelnder Einsatz, „is nich meins“
 - Schere zwischen Alter der Lernenden und Anspruch

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix}$ $\begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix}$ Rosinen kosten 3,60 €
Rosinen kosten 7,20 € $\begin{matrix} \searrow \\ \nearrow \end{matrix}$ $\cdot 2$

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
7	?

Startinfo
Frage
Grundinfo
Antwort

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\cdot 2 \left(\begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix} \right)$
Rosinen kosten 3,60 €
 $\cdot 2 \left(\begin{matrix} 3,60 \text{ €} \\ 7,20 \text{ €} \end{matrix} \right) : 2$

Rosinen kosten 7,20 €

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Als Aufgaben:

Die **1** gehört in die Spalte, in der das **?** nicht ist.

Rosinen in kg	Preis in €
$\cdot 2 \left(\begin{matrix} 2 \\ 7 \end{matrix} \right)$	3,60
$\cdot 1 \left(\begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \right)$?
$\cdot 7 \left(\begin{matrix} 1 \\ 7 \end{matrix} \right)$	1,80
	12,60

} : 2
} : 7

Startinfo
Frage
Grundinfo
Antwort

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} :2 \uparrow \\ :2 \downarrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix}$
Rosinen kosten 3,60 €
Rosinen kosten 7,20 €
 $\begin{matrix} \cdot 2 \uparrow \\ \cdot 2 \downarrow \end{matrix} :2$

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Als Aufgaben:

Die **1** gehört in die Spalte, in der das **?** nicht ist.

Auch Strichrechnung ist erlaubt.

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
?	?
7	1,80
7	12,60
9	16,20

Handwritten notes: A blue arrow points from the question mark in the 'Rosinen in kg' column to the question mark in the 'Preis in €' column. Green arrows show calculations: $3,60 : 2 = 1,80$ and $1,80 \cdot 7 = 12,60$. Another set of green arrows shows $12,60 \cdot \frac{9}{7} = 16,20$. A circled plus sign is next to the first and last rows.

Startinfo
 Frage
 Grundinfo
 Antwort

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

$\begin{matrix} \nearrow \\ \searrow \end{matrix} \begin{matrix} 2 \text{ kg} \\ 4 \text{ kg} \end{matrix}$
Rosinen kosten 3,60 €
 $\searrow \nearrow \cdot 2$

Rosinen kosten 7,20 €

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Als Aufgaben:
Die **1** gehört in die Spalte, in der das **?** nicht ist.

Auch Strichrechnung ist erlaubt.

Dreisatz ist das.

Rosinen in kg	Preis in €
2	3,60
?	?
1	1,80
7	12,60
9	16,20
?	20
11	19,80

Startinfo
 Frage
 Grundinfo
 Antwort

Wie viele Kilotüten bekommt man für 20 €?

Proportionale Zuordnungen

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen

Freiheiten
geben

Kreativität
herausfordern

Rechenwege
erläutern

Nicht die Menge der Aufgaben macht's sondern die **Intensität**
Die Einführungsaufgabe immer wieder erwähnen:
„das machen wir jetzt wie bei den Rosinen“,
dadurch wird sie im Hirn verankert und Angst wird abgebaut.
Ggf. neue Strategien, z.B. Graph zeichnen, auch darauf beziehen.

Vergleich von Zuordnungen

Proportional=
Verhältnisgleich

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen, Punkt- und Strichrechnung sind erlaubt.

In jeder Zeile ist hat der Bruch aus den Größen denselben Wert, dieser Wert ist die **Grundinfo**, z.B. **der Kilopreis, der Preis pro Liter...**

2	Kartoffelschälfrauen brauchen	3	Stunden
4	Kartoffelschälfrauen brauchen	?	Stunden
1	Kartoffelschälfrau braucht		Stunden

Vergleich von Zuordnungen

Proportional=
Verhältnisgleich

Kennzeichen: doppelt wird doppelt, halb wird halb

Strategie: links und rechts auf gleiche Weise rechnen, Punkt- und Strichrechnung sind erlaubt.

In jeder Zeile ist hat der Bruch aus den Größen denselben Wert, dieser Wert ist die **Grundinfo**, z.B. **der Kilopreis, der Preis pro Liter...**

Umgekehrt Proportional=
Produktgleich

Kennzeichen: doppelt wird halb, halb wird doppelt

$\begin{matrix} \downarrow :2 \\ 2 \end{matrix}$	Kartoffelschälfrauen brauchen	$\overset{3}{\sim}$	h	$\downarrow :2$
$\downarrow :4$	Kartoffelschälfrauen brauchen	$\overset{1,5}{\sim}$	h	$\downarrow :4$
$\downarrow :1$	Kartoffelschälfrau braucht	$\overset{6}{\sim}$	h	$\downarrow :4$
$\downarrow :24$	Kartoffelschälfrauen brauchen	$\overset{?}{\sim}$	h	

Strategie: links und rechts mit mal und geteilt entgegengesetzt rechnen, Strichrechnung ist nicht erlaubt.

In jeder Zeile ist das Produkt 6 h.

Henne Berta brüdet	$\overset{3}{\sim}$	Eier in	$\overset{6}{\sim}$	Tagen aus
Henne Berta brüdet	$\overset{9}{\sim}$	Eier in	$\overset{?}{\sim}$	Tagen aus

echt???

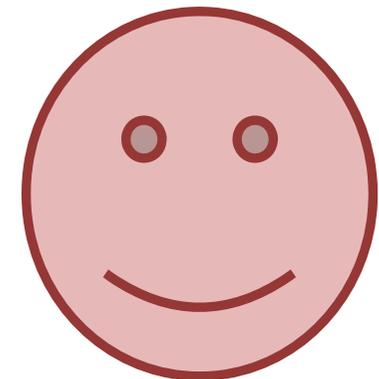
Quelle für
kreativen Humor

allgemeine Zuordnungen

Nicht proportional

- Preislisten mit Rabatt-Staffelungen
- Taxigebühren (Festpreis+ Kilometerpreis)
- Zuordnung Geschwindigkeit->Bremsweg
- Zuordnung Fleischgewicht->Bratdauer
- **jede** Funktion $x \rightarrow y = f(x)$ ist eine eindeutige Zuordnung
- (fast alles).....

Finger weg vom Dreisatz



Denken und Sorgfalt hilft immer!

Kopfrechnen

immer
wieder

nur, was im Kopf
sinnvoll ist

klare Regeln, was
man können soll

- das kleine Einmaleins bis 11
- die Quadratzahlen bis 11^2
- Verdoppeln und Halbieren bis 100
- Wirkung von angehängten Nullen kennen
- Wirkung von $0,...$ $0,0...$ usw. kennen.

Hilfbegriff „zählende Ziffern“

64 000
64
6,4

0,64
0,064

Diese Zahlen haben
zwei zählende Ziffern

Hierzu
nächste
Folie

Kopfrechnen

Prinzip: Vom Kern der Rechnung weiterhangeln!

$$5 \cdot 7 = 35$$

Von einem zum nächsten.

Vorsicht: $5 \cdot 8 = 40$ diese 0 gehört zum Kern.

Kopfrechnen

Prinzip: Vom Kern der Rechnung weiterhangeln!

$$5 \cdot 7 = 35$$

$$50 \cdot 7 = 350$$

$$50 \cdot 70 = 3500$$

$$50 \cdot 700 = 35000$$

$$0,5 \cdot 7 = 3,5$$

$$0,05 \cdot 7 = 0,35$$

$$0,05 \cdot 0,7 = 0,035$$

$$5 \cdot 700 = 3500$$

$$0,5 \cdot 700 = 350$$

$$0,05 \cdot 700 = 35$$

Von einem zum nächsten.

Jede an eine ganze Zahl

angehängte 0 heißt **mal 10**.

Das **Ergebnis** hat so viele Nullen,
wie die Faktoren zusammen.

Vorsicht: $5 \cdot 8 = 40$ diese 0 gehört zum Kern.

Durch 10 erzeugt ein Komma

oder schiebt eine weitere 0

hinter dem Komma ein.

Das **Ergebnis** hat höchstens

so viele Nachkommastellen

wie die Faktoren zusammen.

Überschlagsrechnungen, Ergebnis grob Anpeilen

$$8,50 + 3 \cdot 370 + 6,30 + 4,10$$

$$\approx 10 + 10 + 10 = 30$$



432,18	400
+ 217,03	200
+ 89,11	100
≈ 700	700

$$0,19 \cdot 328,11$$

$$\approx 0,2 \cdot 330 = 66$$

Kein Wettbewerb, wer am nächsten ans richtige Ergebnis kommt!!!!!!!

Prozentrechnung

Prozente sind Anteile

genau wie

$$\text{Preis pro kg} = \frac{\text{Preis}}{\text{Masse}} \quad \text{z.B.} \quad \frac{3,60 \text{ €}}{2 \text{ kg}} = 1,80 \text{ € / kg}$$

z. B Rosinen

$$\text{Weg pro Zeit} = \frac{\text{Weg}}{\text{Zeit}} \quad \text{z.B.} \quad \frac{300 \text{ km}}{2 \text{ h}} = 150 \text{ km / h}$$

z.B. Hamburg-Kassel mit der Bahn

dabei müssen die Größen(begriffe) mit ihren Einheiten in Zähler und Nenner gleich sein

$$\text{Weg pro GesamtWeg} = \frac{\text{Weg}}{\text{GesamtWeg}} \quad \text{z.B.} \quad \frac{120 \text{ km}}{240 \text{ km}} = \frac{1}{2} = 0,5 = \frac{50}{100} = 50\% = 50 \text{ pro Centum}$$

z.B.: Von Hamburg nach Clausthal sind es 240 km. Wieviel Prozent des Weges hat man geschafft, wenn man an Hannover vorbeifährt? Antwort: 50% hat man geschafft.

$$\frac{1}{2} = 50\% \quad \parallel \quad \frac{1}{4} = 0,25 = 25\% \quad \parallel \quad \frac{3}{4} = 0,75 = 75\% \quad \parallel \quad \frac{1}{8} = 0,125 = 12,5\% \quad \parallel \quad \frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,20 = 20\%$$

Merke dir die bunten Hunde!

Grundwert Prozentsatz Prozentwert
 G $\xrightarrow{\text{mal } p}$ P

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe

$G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **gesucht** $P = G \cdot p$

2. Grundaufgabe

$G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **gesucht** $G = \frac{P}{p}$

3. Grundaufgabe

$G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **Anteil** **gesucht** $p = \frac{P}{G}$

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$ **gesucht** $P = G \cdot p$

Wieviel sind 80% von 300 km?

$$300 \text{ km} \xrightarrow{\cdot 80\% \cdot 0,8} 240 \text{ km}$$

$$P = 300 \text{ km} \cdot 0,8 = 240 \text{ km}$$

mit Dreisatz

$$\begin{array}{l} 300 \text{ km} \xrightarrow{\cdot 0,8} \\ ? \text{ km} \\ 240 \text{ km} \end{array} \begin{array}{l} \hat{=} 1 \\ \hat{=} 0,8 \\ \hat{=} 0,8 \end{array} \cdot 0,8$$

Dieses Linke ist zwar richtig, aber nicht so toll.
Wer unbedingt Dreisatz will, nehme dieses Untere!

mit Dreisatz

$$\begin{array}{l} 300 \text{ km} \hat{=} 100\% \\ ? \text{ km} \hat{=} 80\% \\ 3 \text{ km} \hat{=} 1\% \\ 240 \text{ km} \hat{=} 80\% \end{array} \begin{array}{l} \cdot 100 \\ \cdot 100 \\ \cdot 100 \\ \cdot 80 \end{array}$$

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe $G \xrightarrow{\text{mal } p} P$
 gesucht

$$G = \frac{P}{p}$$

80% sind 240 km. Wie lang ist die Gesamtstrecke?

$$300 \text{ km} \xrightarrow{80\%} 240 \text{ km}$$

: 0,8

$$G = \frac{240 \text{ km}}{0,8} = 300 \text{ km}$$

mit Dreisatz

: 0,8	{	240 km	≙	0,8)	: 0,8
		2	≙	1		
		300 km	≙	1		

Dieses Linke ist zwar richtig, aber nicht so toll. Wer unbedingt Dreisatz will, nehme dieses Untere!

mit Dreisatz

: 80	{	240 km	≙	80%)	: 80
		2	≙	100%		
		3 km	≙	1%		
-100	}	300 km	≙	100%)	: 100

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

3. Grundaufgabe $G \xrightarrow[\text{gesucht}]{\text{mal } p} P$ Anteil $p = \frac{P}{G}$

Wieviel Prozent sind 240 km, wenn die Gesamtstrecke 300km lang ist.

300 km $\xrightarrow{?}$ 240 km

Anteil $p = \frac{240 \text{ km}}{300 \text{ km}} = 0,8$

mit Dreisatz

	300 km	$\hat{=}$	100 %	
$\div 300$	240 km	$\hat{=}$?	
	1 km	$\hat{=}$	$\frac{1}{3}$ %	
$\cdot 240$	240 km	$\hat{=}$	$\frac{240}{3}$ %	$\cdot 240$

$= 80\% = 0,8 = \frac{4}{5}$

= 80%

hier rechts echte Gleichzeichen =
nicht entspricht!!!!

Grundwert Prozentsatz Prozentwert
 G $\xrightarrow{\text{mal } p}$ P

Aufbau der ganzen Prozentrechnung

1. Grundaufgabe

G $\xrightarrow{\text{mal } p}$ P gesucht $P = G \cdot p$

2. Grundaufgabe

**Für alles Andere
braucht man „nur
noch“ Nachdenken
und Sorgfalt.**

$G = \frac{P}{p}$

3. Grundaufgabe

Anteil $p = \frac{P}{G}$

Rabatte und Steuern



Mehrwertsteuer

Wir berechnen für unsere Leistung netto (=ohne MwSt) 200 €.
Was muss der Kunde brutto (=mit MwSt) zahlen?

Gr.Afg 1: $200\text{€} \cdot 1,19 \rightarrow 238\text{€}$

anderer Rechenweg: Die MwSt allein beträgt: $200\text{€} \cdot 0,19 \rightarrow 38\text{€}$ Gr.Afg 1:

dazu kommt der Netto-Betrag $+ 200\text{€}$

Begründung: $G \cdot 1,19 = G(1 + 0,19) = G + G \cdot 0,19$ $\frac{238\text{€}}{\text{passt}}$

Minna musste 4000 € bezahlen. Welches war der Netto-Preis? Gr.Afg 2:

$3361,34\text{€} \leftarrow \frac{4000\text{€}}{1,19}$

Achtung: Es gibt keinen $\frac{1}{a+b}$ kann man nicht
anderen Rechenweg aufteilen

Rabatte und Steuern



Rabatte

Wegen Umbau reduzieren wir alles um 10%. Der Rabatt wird an der Kasse abgezogen. Jan gefällt eine Jacke für 120 €. Was wird er für die Jacke zahlen müssen?

Gr.Afg 1: $120 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,9} 108 \text{ €}$

anderer Rechenwege: Der Rabattwert ist: $120 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,1} 12 \text{ €}$ Gr.Afg 1:

Von dem regulären Preis wird dies abgezogen $120 \text{ €} - 12 \text{ €} = 108 \text{ €}$

Mia hat in demselben Laden für einen Mantel nur noch 160 € bezahlt. Was kostete der Mantel ursprünglich?

Gr.Afg 2: $200 \text{ €} \xleftarrow{: 0,9} 180 \text{ €}$ **Achtung: Es gibt keinen anderen Rechenweg für Gr.Afg 2**

Oma hat in einem Schuhgeschäft für Kinderstiefel statt ursprünglichen 50€ nur 40€ gezahlt. Hat das Schugeschäft auch 10% Rabatt gegeben?

Gr.Afg 3: $40:50=0.8=80\%$ Nein, Oma hatte sogar 20% Rabatt bekommen.

Rabatte und Steuern

Mehrfach-Rabatte

$$G \xrightarrow{\text{mal } p} P$$

Das Küchenstudio wirbt: Für jede von uns geplante Küche geben wir **10% Rabatt** auf den errechneten Preis. Der Angestellte Herr Meier plant mit Hans und Grete eine neue Küche und das Planungsprogramm errechnet **4215 €**.

Herr Meier sagt: Da Sie schon ihre vorige Küche bei uns gekauft haben, kann ich Ihnen **auf den reduzierten Preis nochmals 5% Rabatt** geben.

Gr.Afg 1:

Muss Herr Meier in zwei Schritten rechnen oder kann der gleich **15% Rabatt** geben?

$$4215 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,9} 3793,5 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,95} 3603,83 \text{ €}$$

$\cdot 0,9 \cdot 0,95$ Nur so!!! kann man zusammenfassen.

Aber: $4215 \text{ €} \xrightarrow{\cdot 0,85} 3582,75 \text{ €}$ falscher Weg

Strichrechnung mit % ist nur bei demselben G erlaubt.

Mathe-Basis verstehen: *Es ist nie zu spät!*



*Vielen Dank
für Ihre
Aufmerksamkeit*