

Geo-metrie

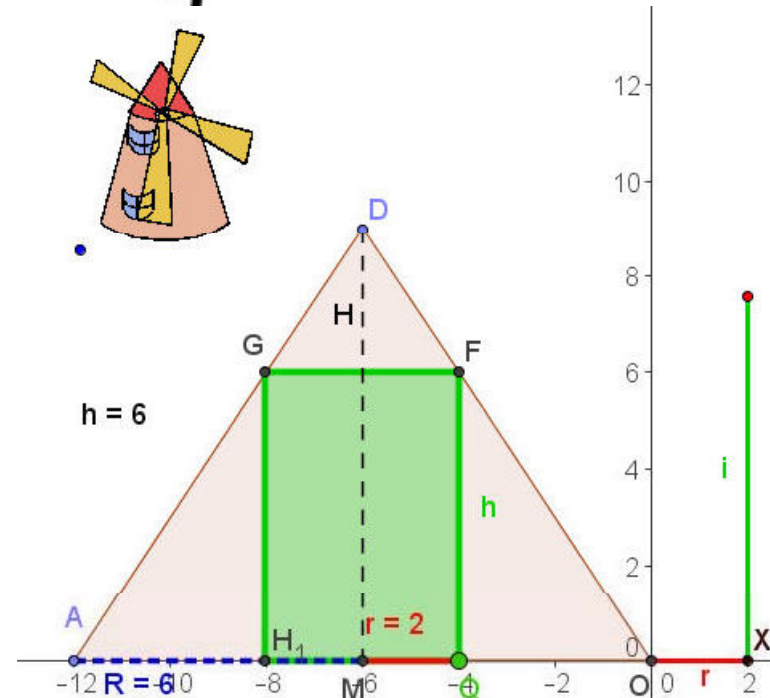
Analysis

Numerik

Stochastik

AI-Geobra

TEIL 2: GeóGebra als umfassendes didaktisches Werkzeug



Lehrerfortbildung am Institut für Mathematik

TU Clausthal, Mi. 16.03.2016

GeoGebra didaktisch nutzen

Extremwertaufgabe Ha 1996-2014
Wasserzylinder im Mühlendach

1/10 des Volumens wird dargestellt

Vol = (2, 7.56)

Ortskurve

Algebra

Grafik

CAS

Funktion

- $f(x) =$
- $f'(x) =$

Ortslinie

- OrtVol =

Punkt

- $A = (-12, 0)$
- $D = (-6, 9)$
- $Q = (-4, 0)$
- Vol = (2, 7.56)

Strecke

- $H = 9$
- $R = 6$
- $r = 2$
- $x_2 = 2$

Viereck

- ZylQ = 24

Zahl

- $V = 75.59$

1 $h/H = (R-r)/R$

2 Löse[$hh / HH = (RR - rr) / RR, hh$]

3 $\rightarrow \left\{ hh = \frac{HH RR - HH rr}{RR} \right\}$

4 Zielgr= $\pi r^2 h$

5 \rightarrow Zielgr = $hh rr^2 \pi$

Zielfkt = $(HH RR - HH rr) / RR rr^2 \pi$

6 \rightarrow Zielfkt = $\frac{-HH rr^3 \pi + HH RR rr^2 \pi}{RR}$

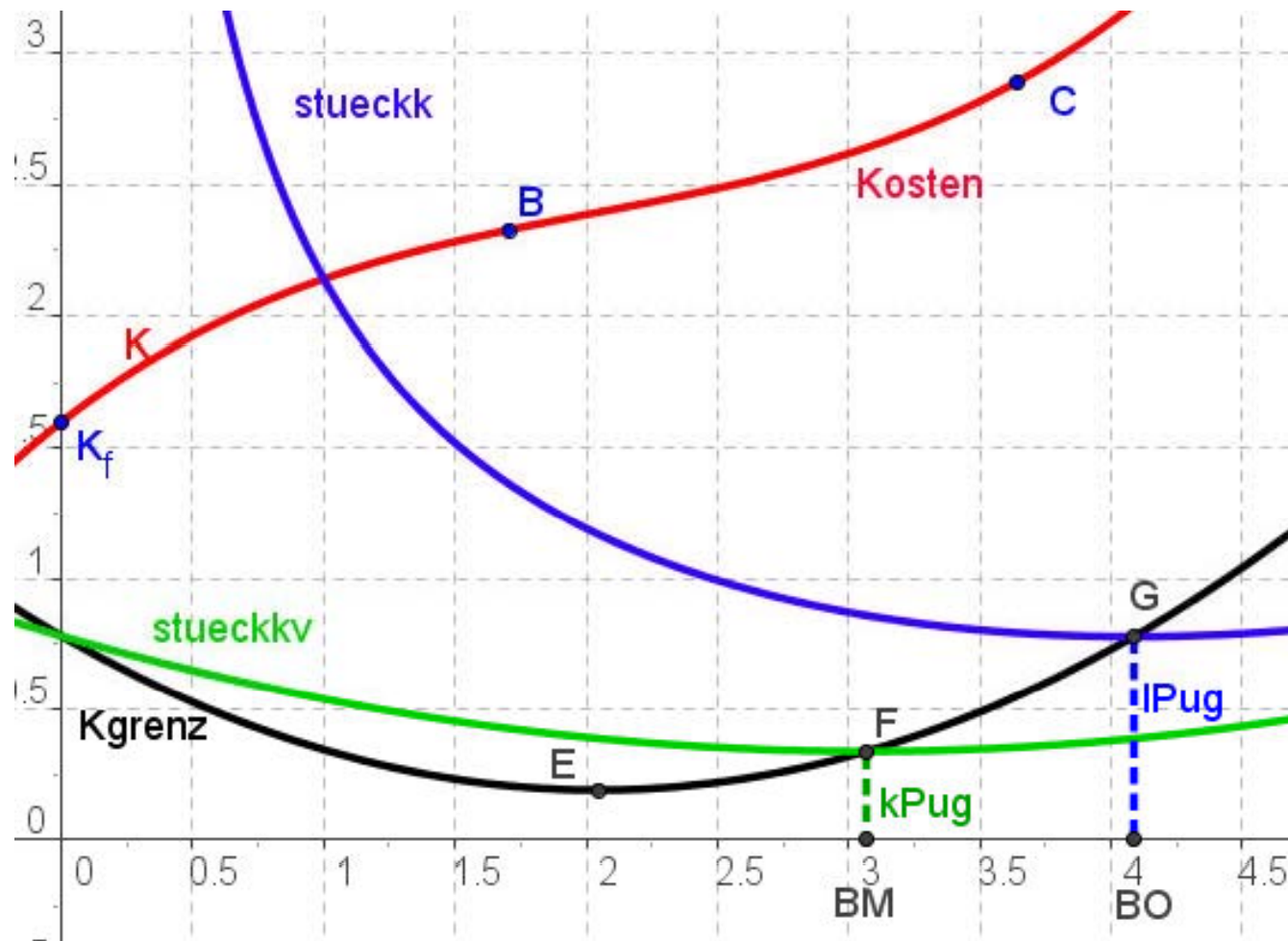
7 fkt(x) = $(-HH x^3 \pi + HH RR x^2 \pi) / RR$

8 \rightarrow fkt(x) = $\frac{-HH \pi x^3 + HH RR \pi x^2}{RR}$

GeoGebra didaktisch nutzen Funktionen

Wirtschaftsfunktionen

Datei: [lagrange_wirtschaft.ggb](#)

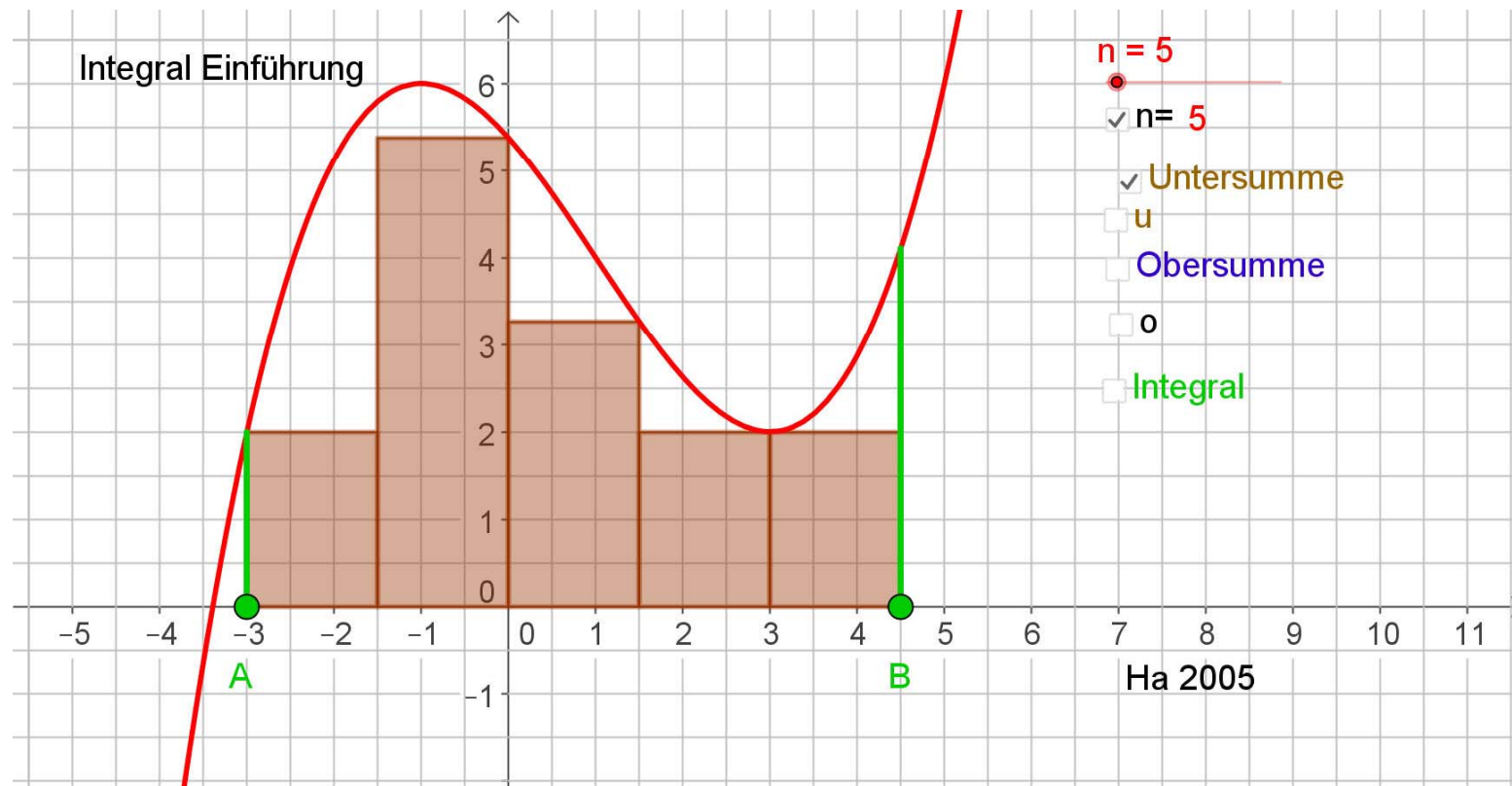


Modellierung:
Variieren und
kritisch
hinterfragen

GeoGebra didaktisch nutzen Integrieren

Einführung mit Riemann

Datei: [integral_einfuehrung.ggb](#)

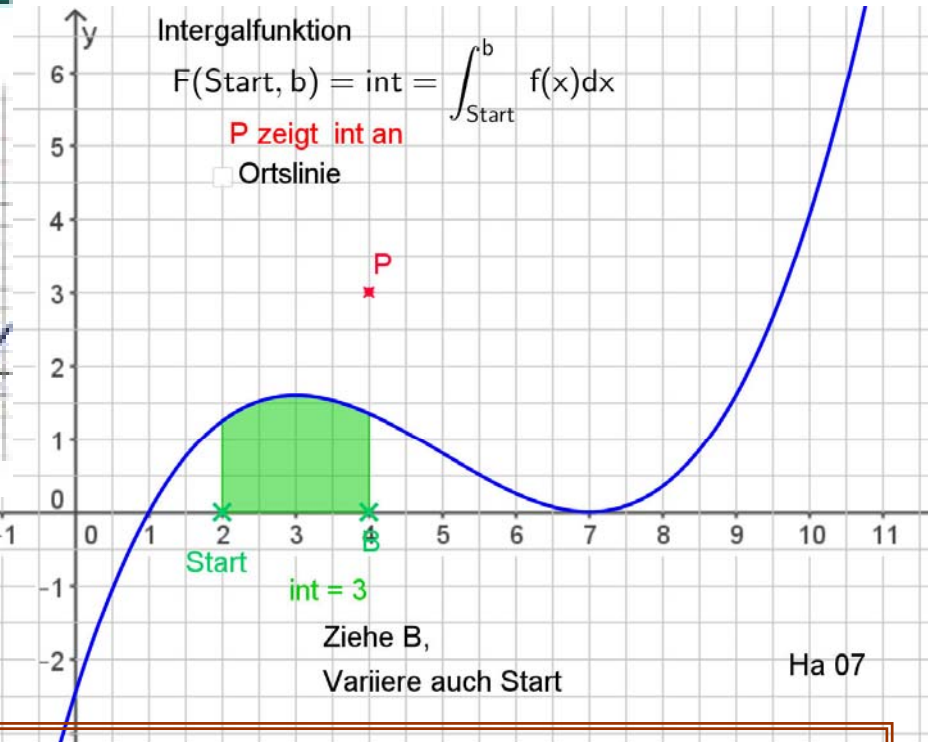
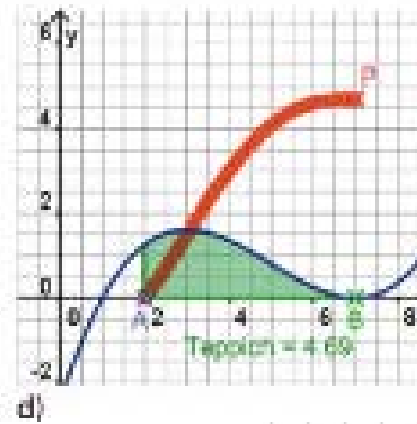
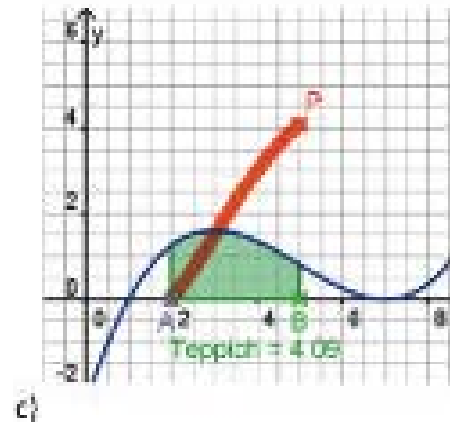


GeoGebra didaktisch nutzen Integrieren

Teppichabrollfunktion

Datei: [int_fkt.ggb](#)

$$F(x) = \int_a^x f(x) dx$$

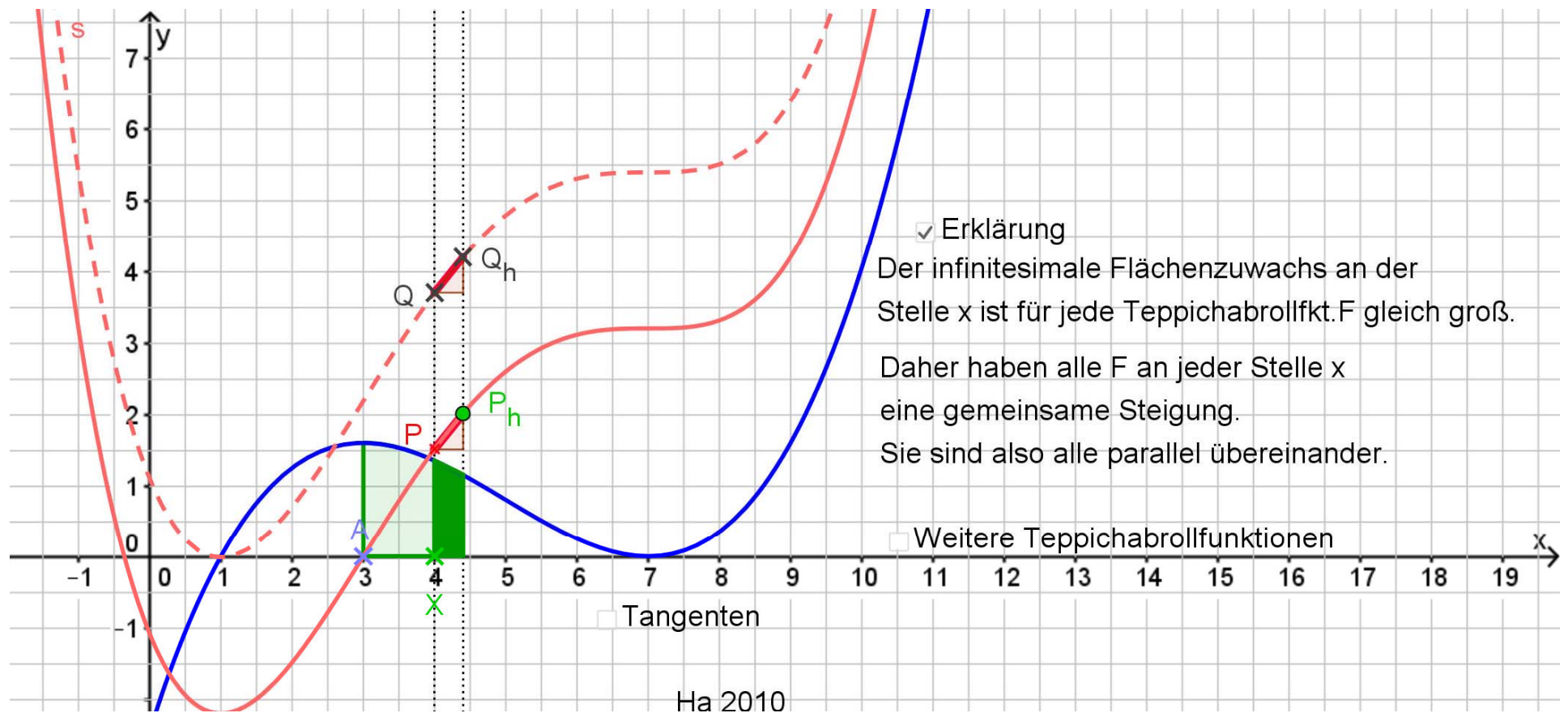


Integalfunktion

GeoGebra didaktisch nutzen Integrieren

Hinführung zum Hauptsatz

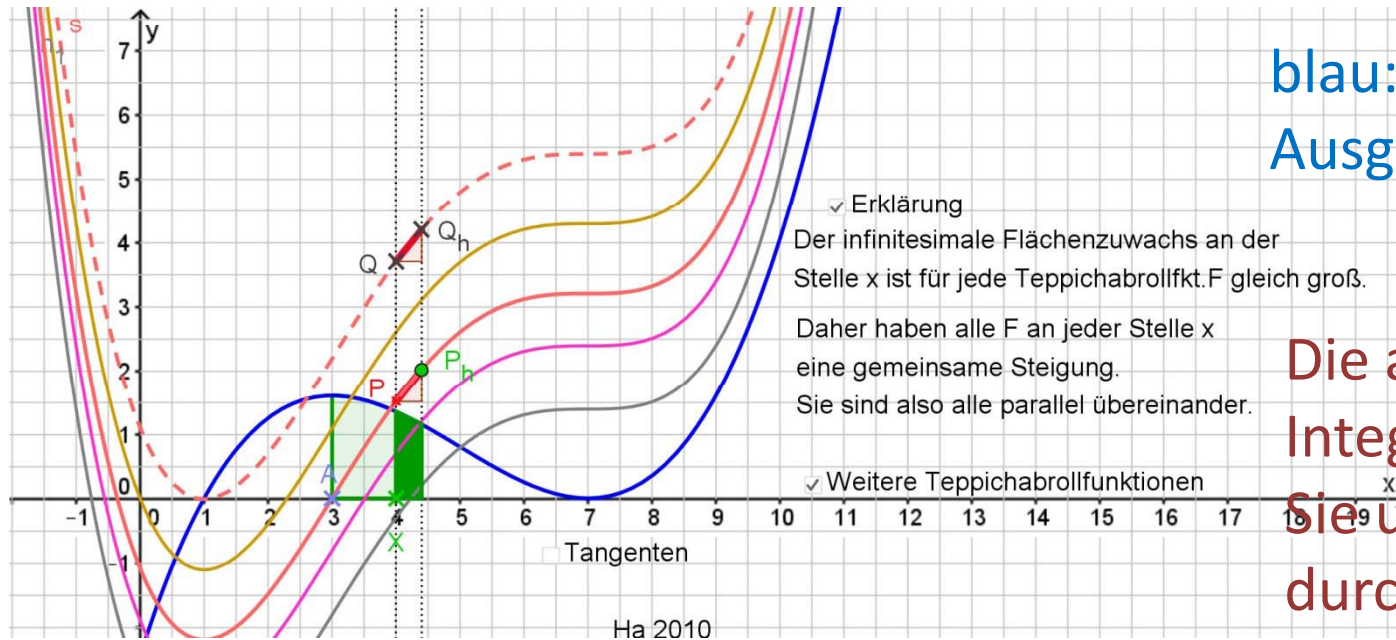
Datei: [teppichzuwachs_v.ggb](#)



GeoGebra didaktisch nutzen Integrieren

Hinführung zum Hauptsatz

Datei: [teppichzuwachs_v.ggb](#)



blau:
Ausgangsfunktion f

Die anderen sind
Integralfunktionen F ,
Sie unterscheiden sich
durch ein $+c$.

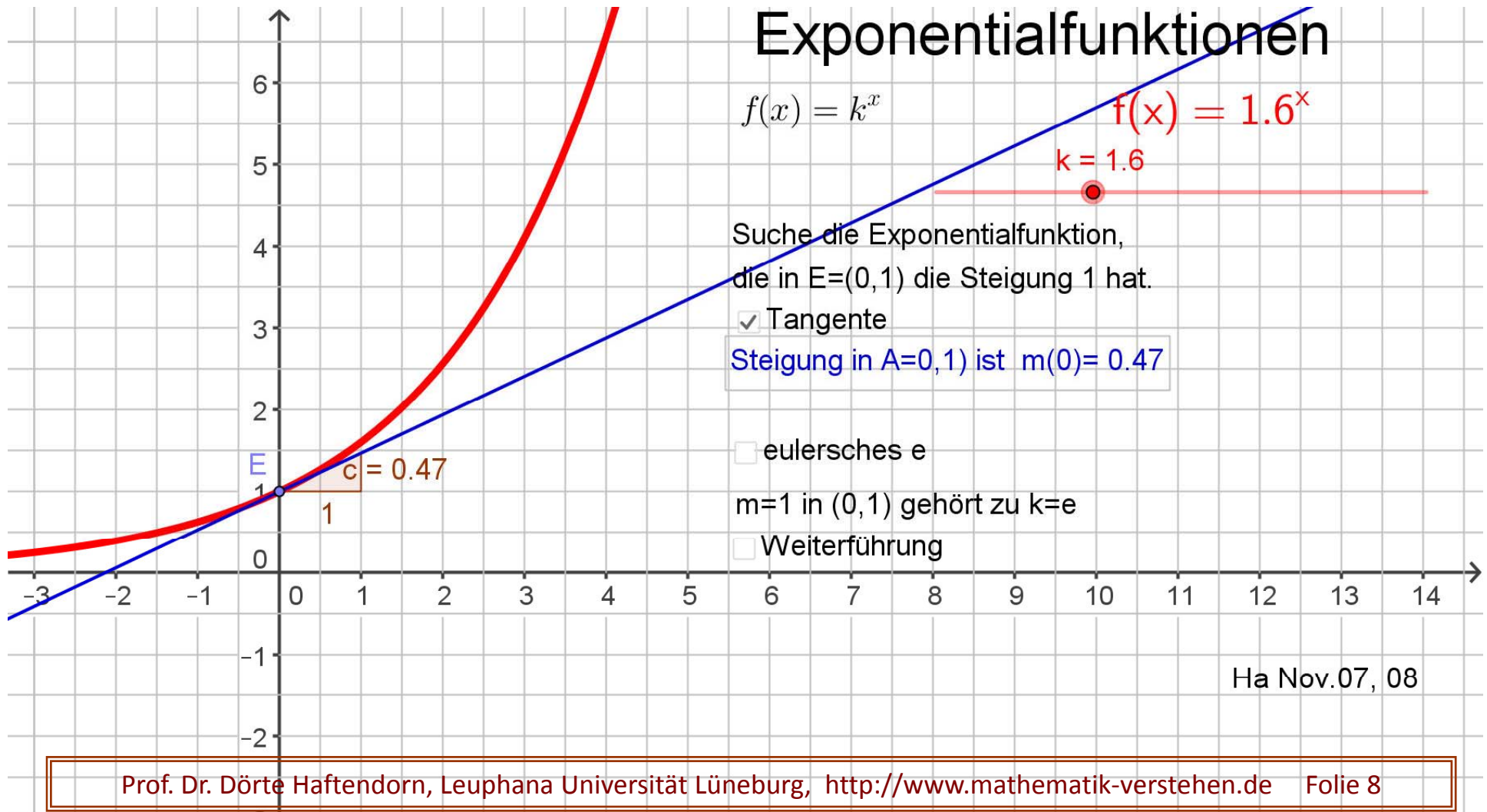
Hauptsatz der Differenzial- und Integralrechnung

$$F'(x) = f(x)$$

GeoGebra didaktisch nutzen e-Funktion

Hinführung, das halbe Geheimnis

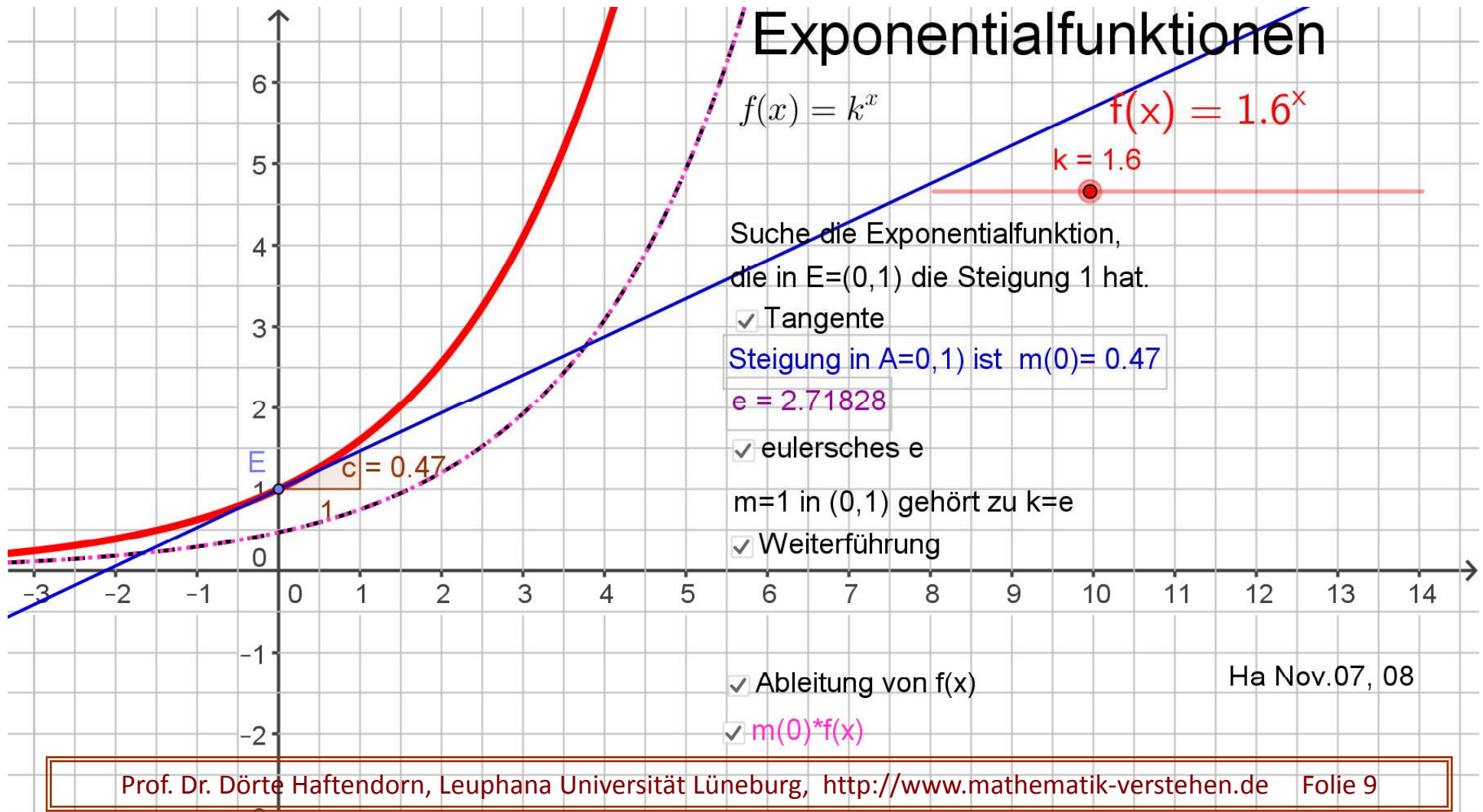
Datei: [expfkt zu e hin.ggb](#)



GeoGebra didaktisch nutzen e-Funktion

Hinführung, das halbe Geheimnis

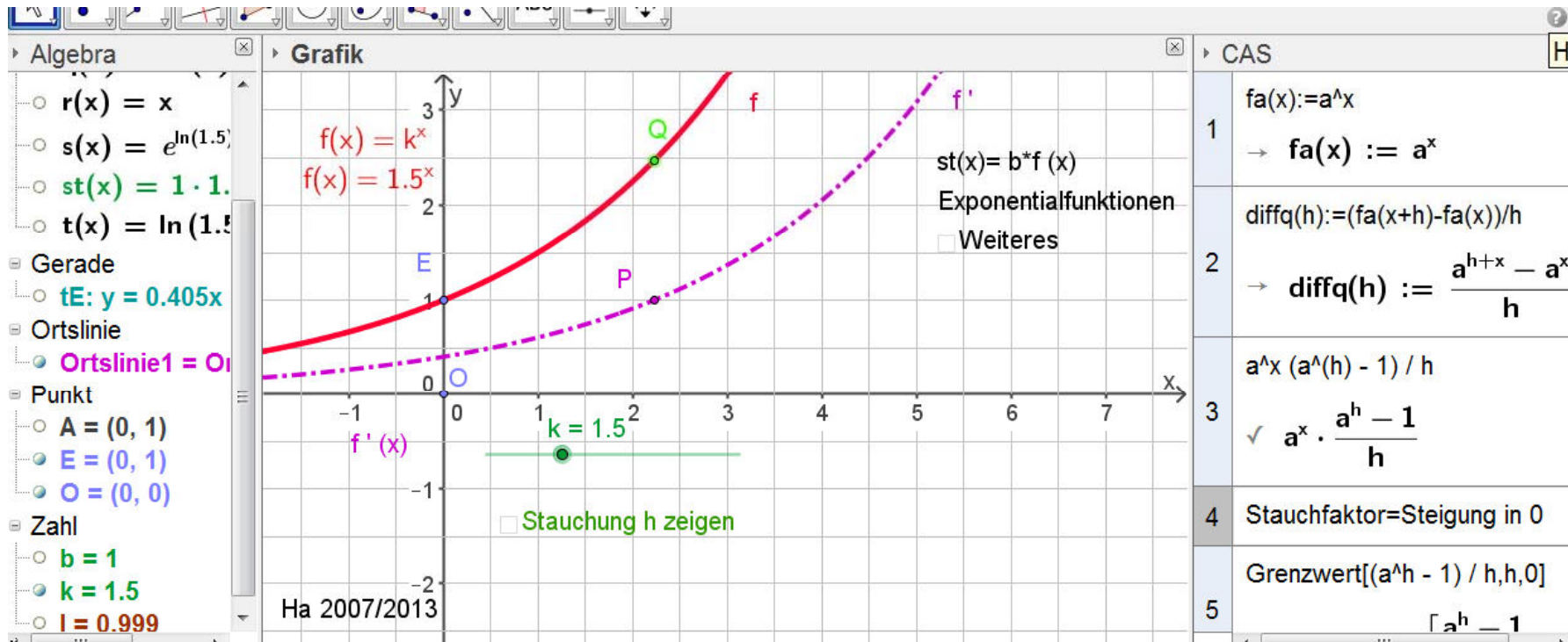
Datei: [expfkt zu e hin.ggb](#)



GeoGebra didaktisch nutzen e-Funktion

e-Funktion, das ganze Geheimnis

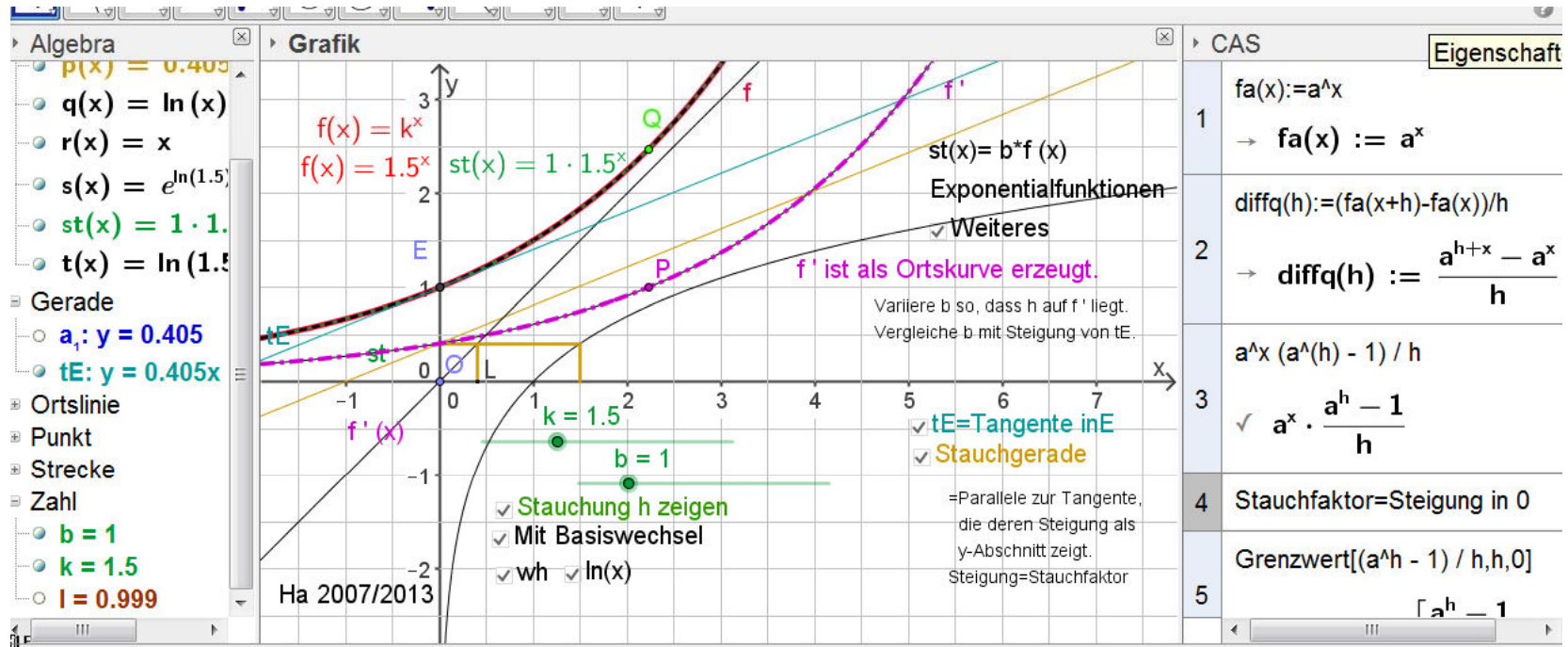
Datei: [expfkt_diff.ggb](#)



GeoGebra didaktisch nutzen e-Funktion

e-Funktion, das ganze Geheimnis

Datei: [expfkt diff.ggb](#)



Sowas zeigt man natürlich niemals gleichzeitig. es ist ein Vorrat, der viele aufkommende Fragen (einzeln) zu beantworten hilft.

GeoGebra didaktisch nutzen

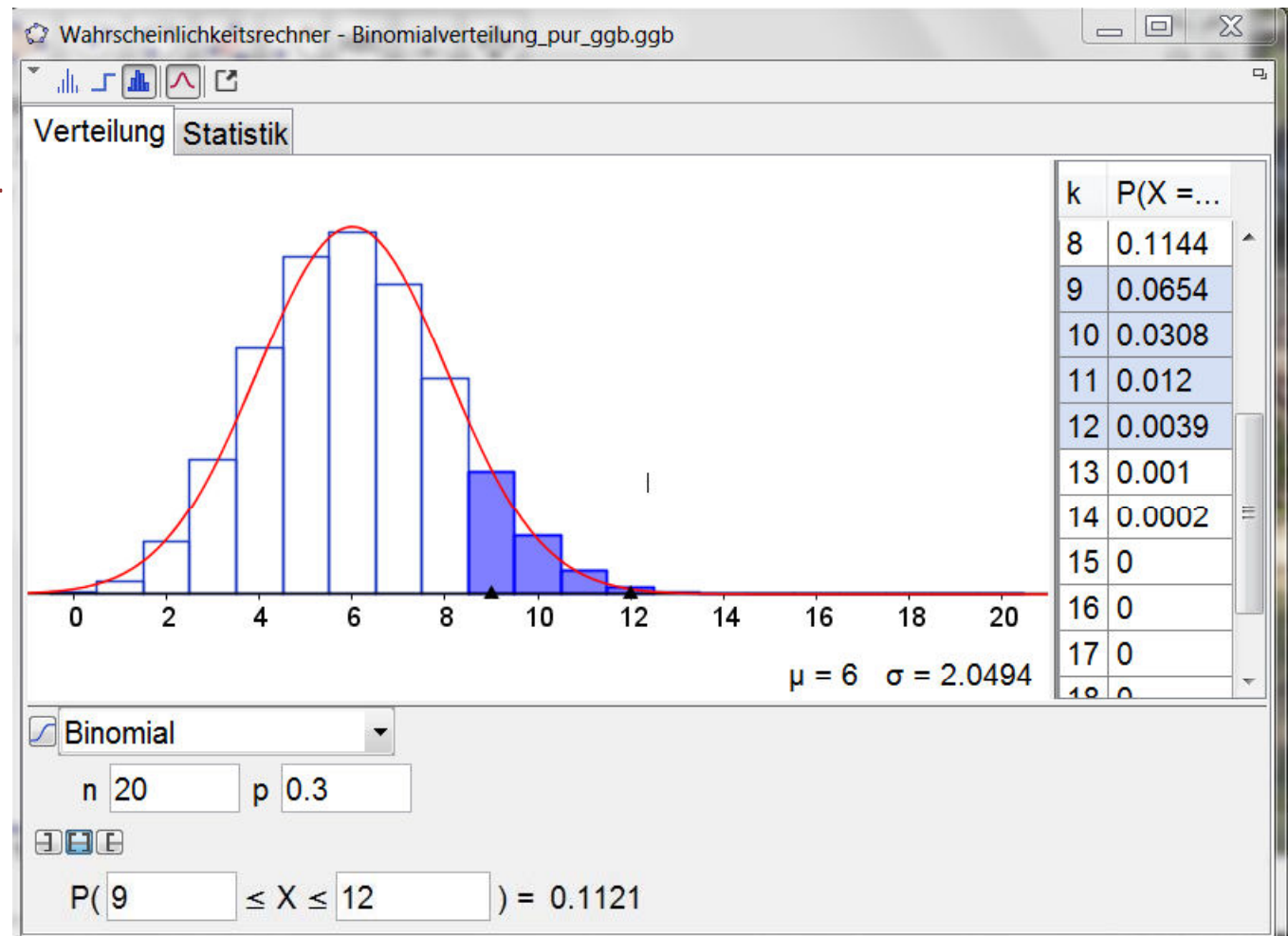
Stochastik

Binomialverteilung

Datei: [binomialverteilung_pur_ggb.ggb](#)

Unschlagbar ist der Wahrscheinlichkeitsrechner.

- Normal
- Student
- Chi-Quadrat
- F-Verteilung
- Exponential
- Cauchy
- Weibull
- Gamma
- LogNormal
- LogistischeVerteilung
- Binomial
- Pascal
- Poisson
- Hypergeometrisch

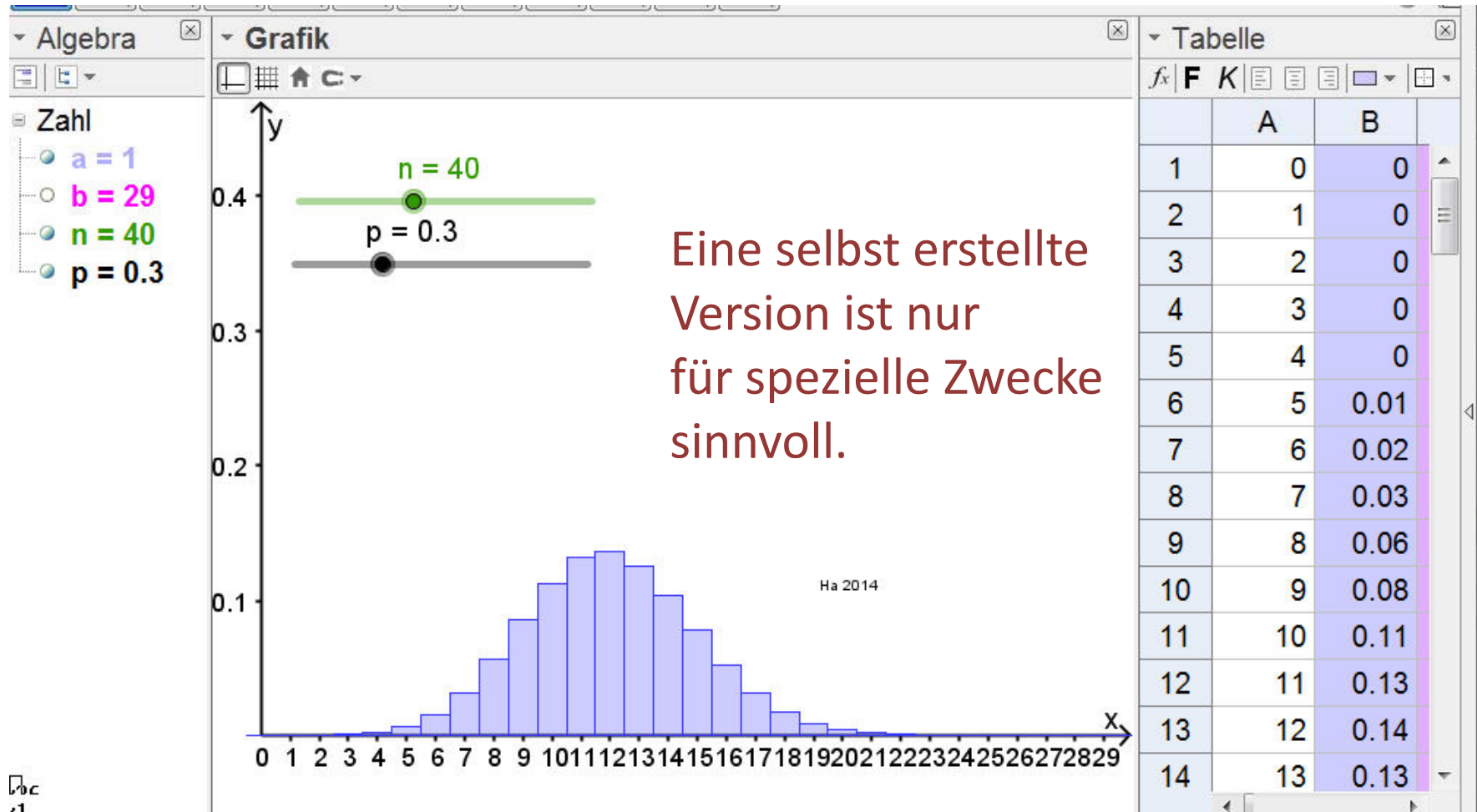


GeoGebra didaktisch nutzen

Stochastik

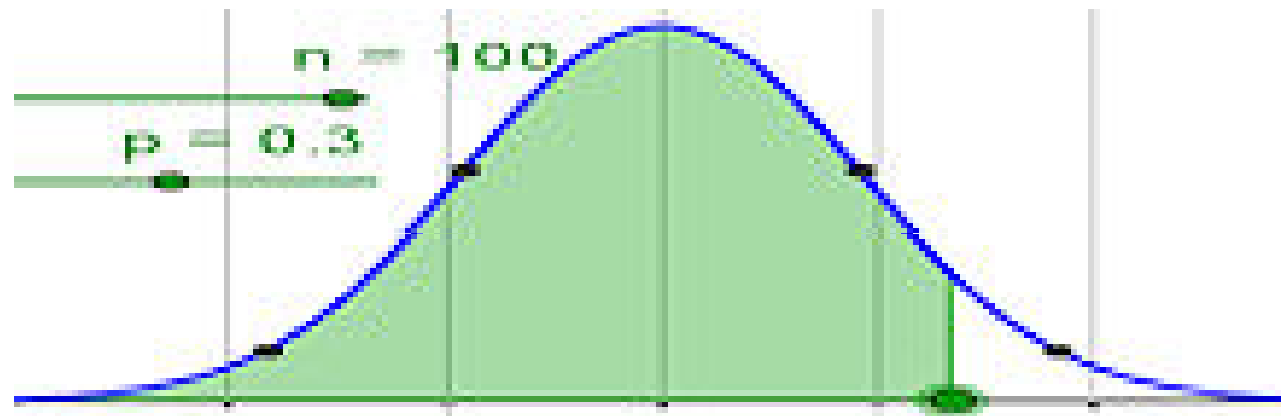
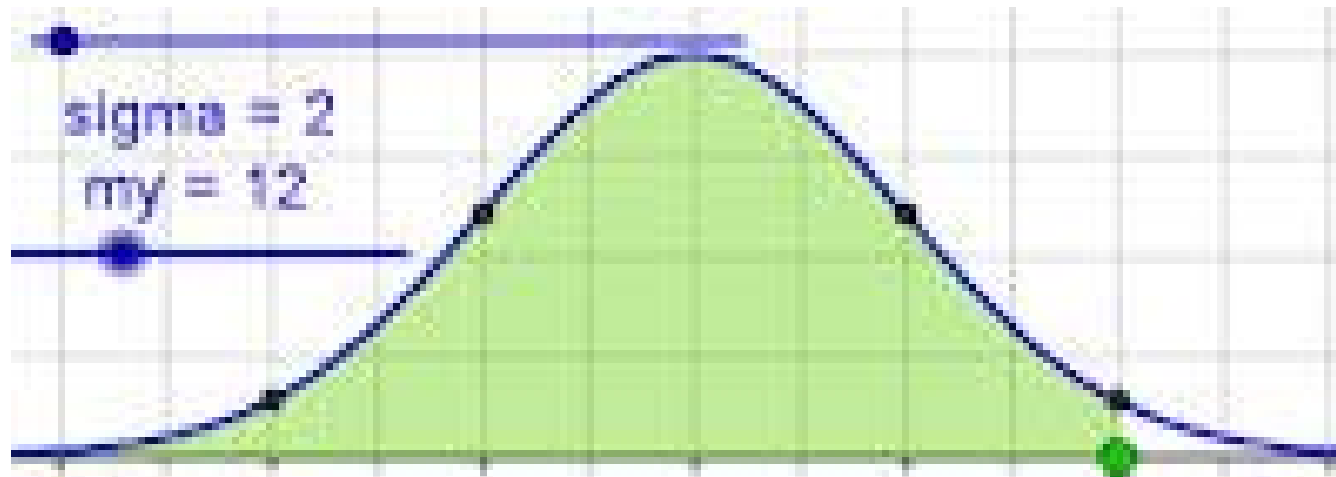
Binomialverteilung

Datei: [binomialverteilung_pur_ggb.ggb](http://www.geogebra.org/m/binomialverteilung_pur_ggb.ggb)



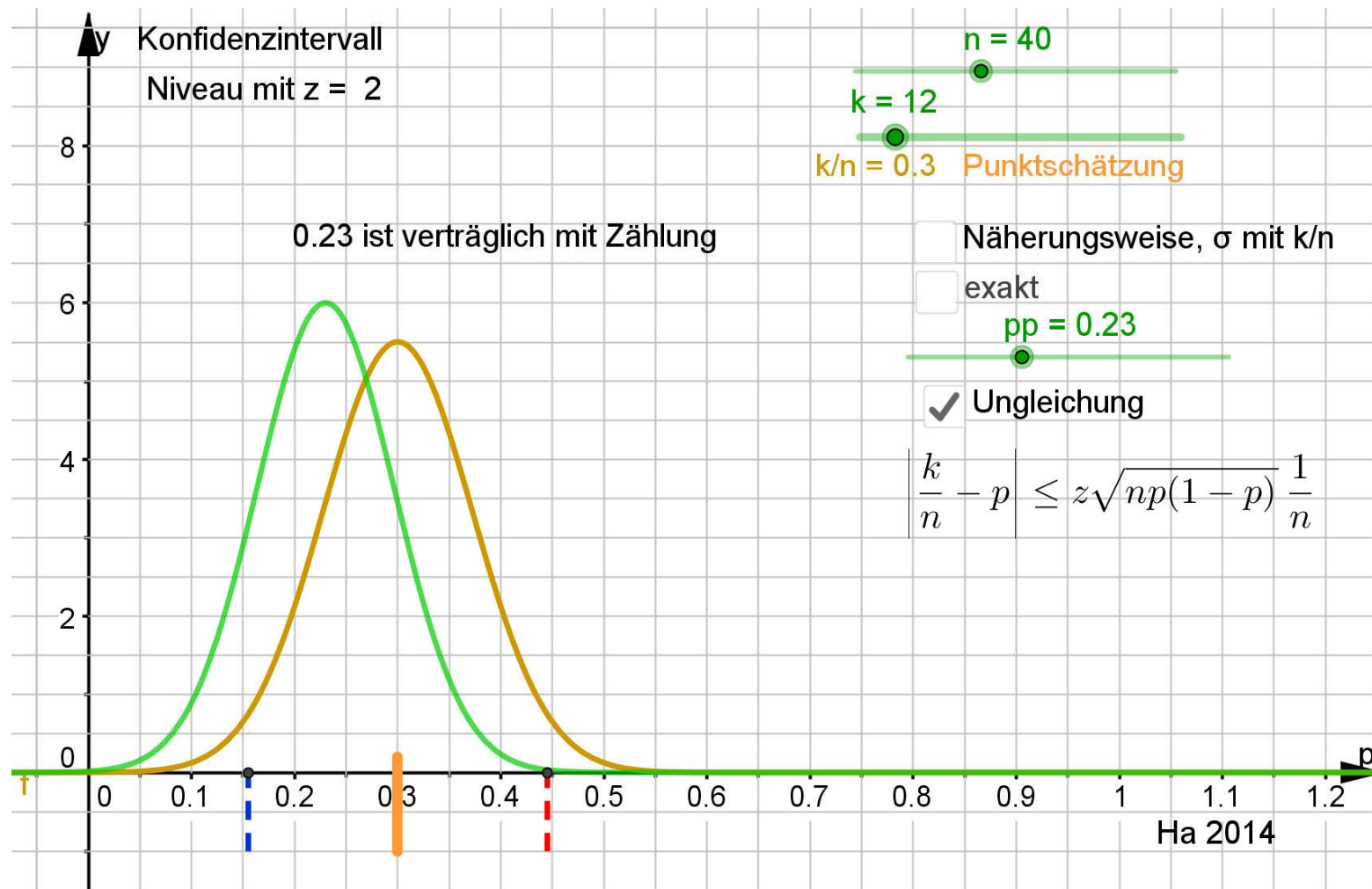
Eine selbst erstellte Version ist nur für spezielle Zwecke sinnvoll.

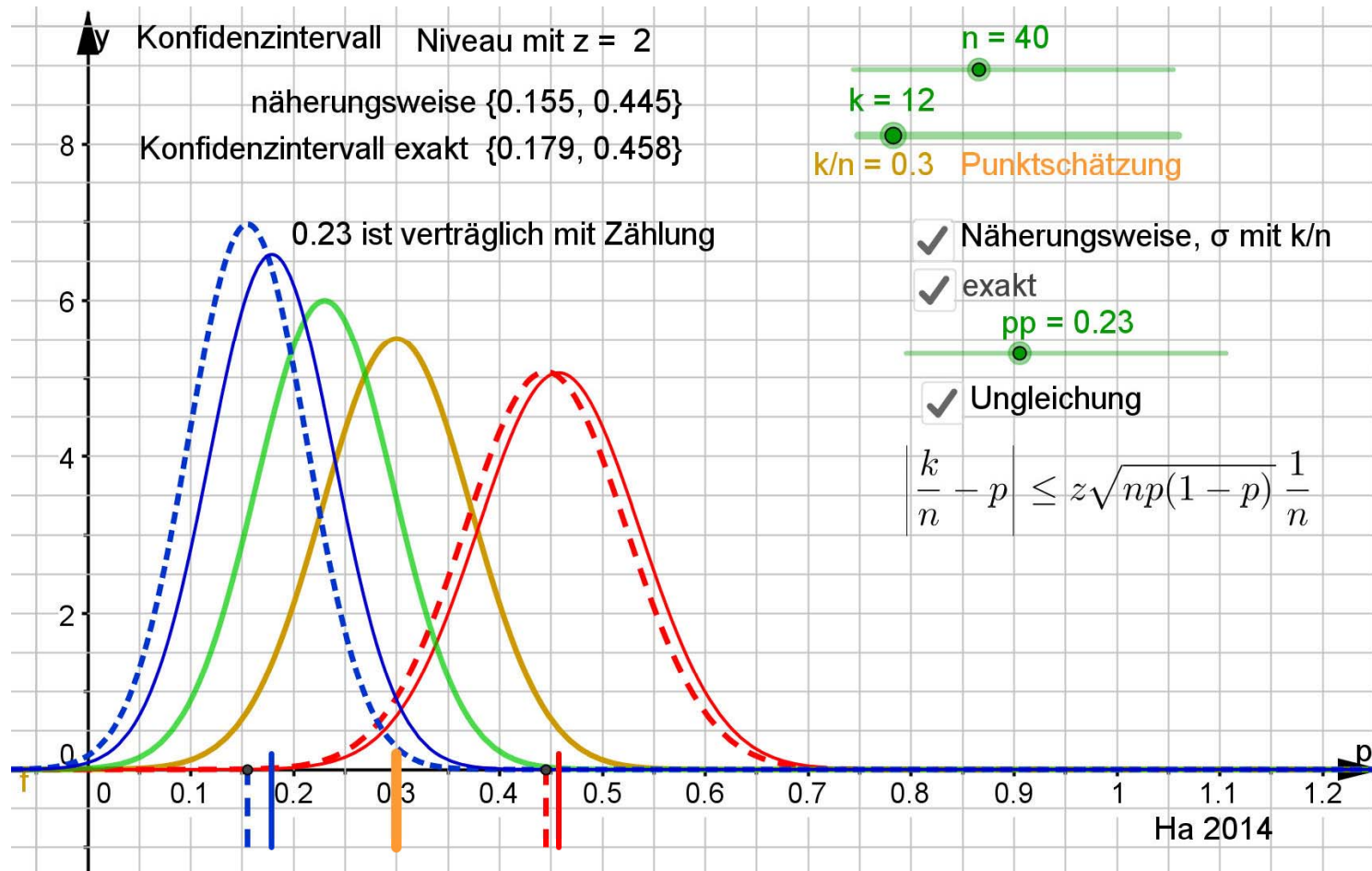
GeoGebra didaktisch nutzen



Konfidenzintervall

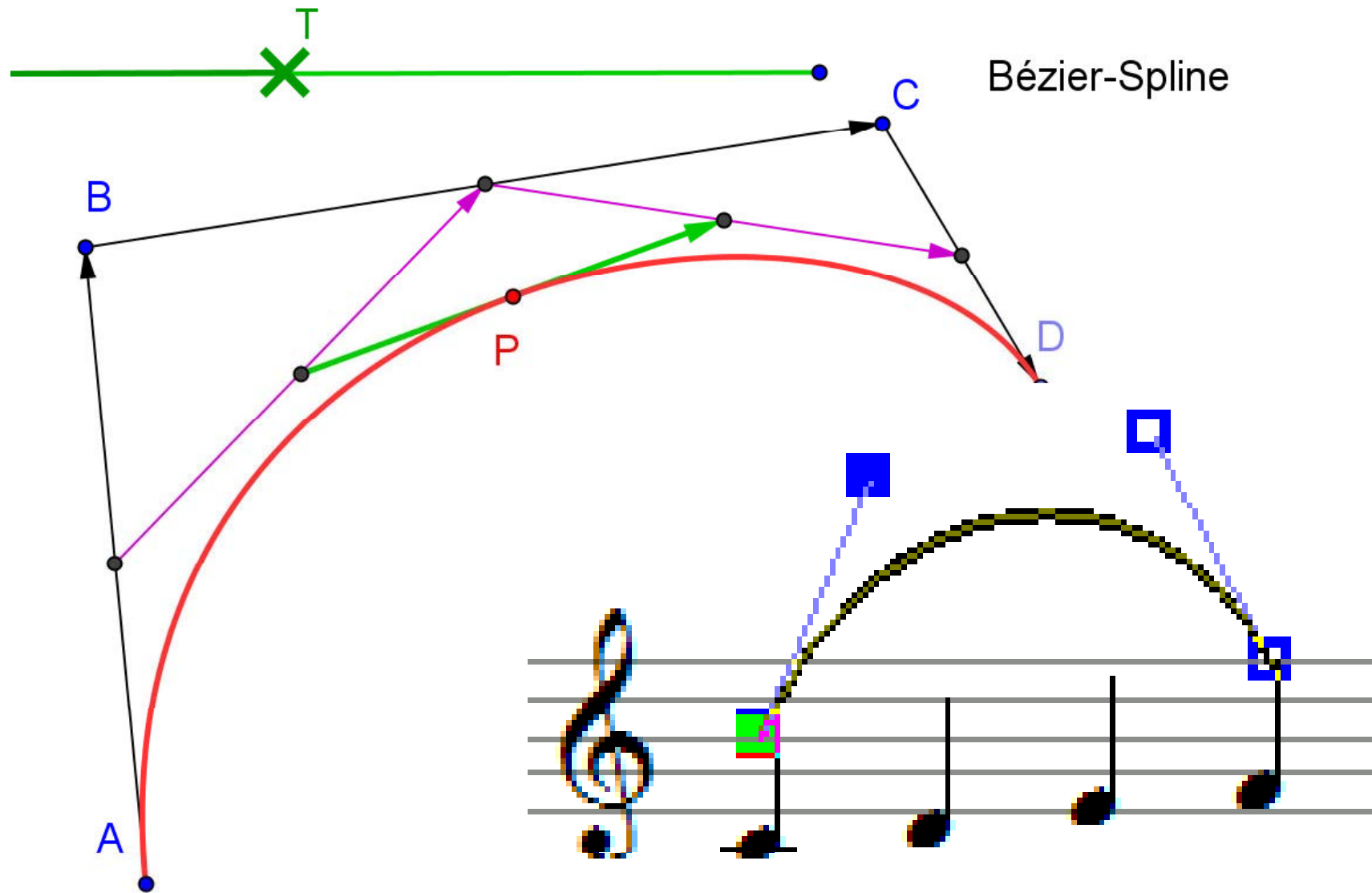
Datei: [konfidenzintervall binom.ggb](#)





GeoGebra didaktisch nutzen

Numerik



Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit

So, das war nun mein Feuerwerk!

Und damit es nicht verpufft:

- Es ist für Sie auf einer Website bei www.mathematik-verstehen.de
Bereich Didaktik → Clausthal
- Die Ideen sind in meinem Buch ausgeführt.
www.mathematik-sehen-und-verstehen.de
- Mein Buch über Kurven erscheint 2016/17
- www.kurven-erkunden-und-verstehen



• Sie können mich gerne zu allem fragen.

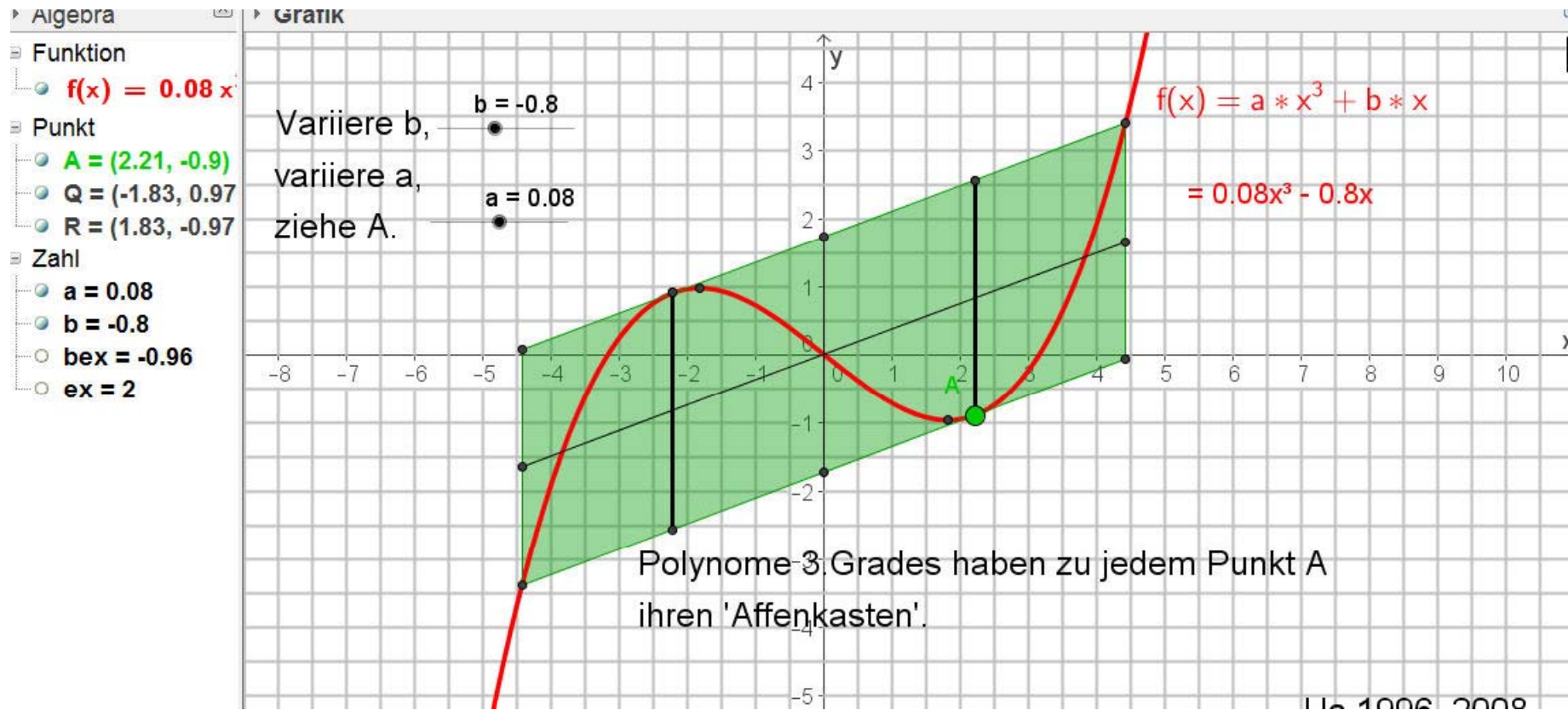
GeoGebra didaktisch nutzen

Reicht noch nicht?

Funktionen

Polynom im Affenkasten

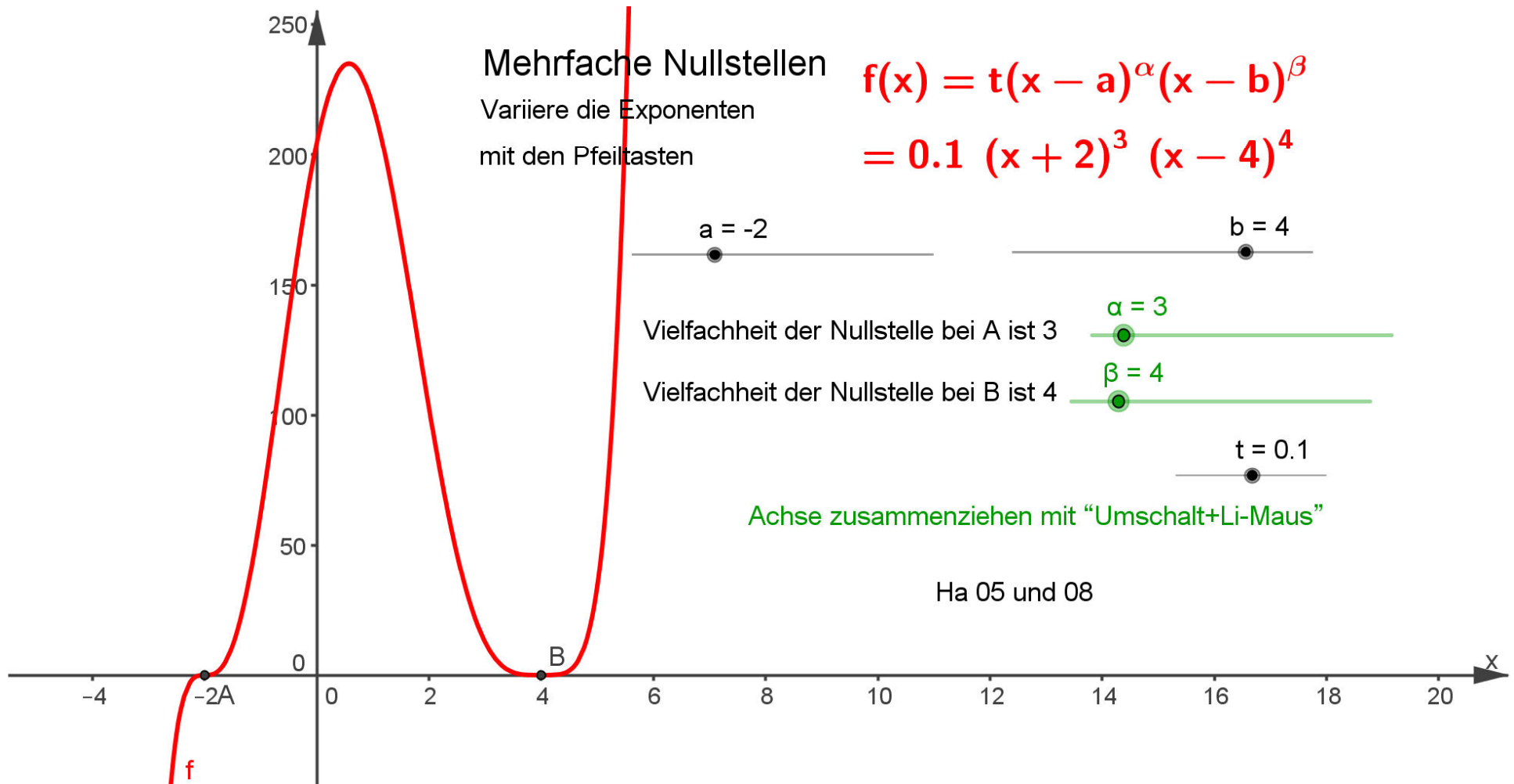
Datei: [affenka.ggb](#)



Funktionen

Mehrfache Nullstellen von Polynomen

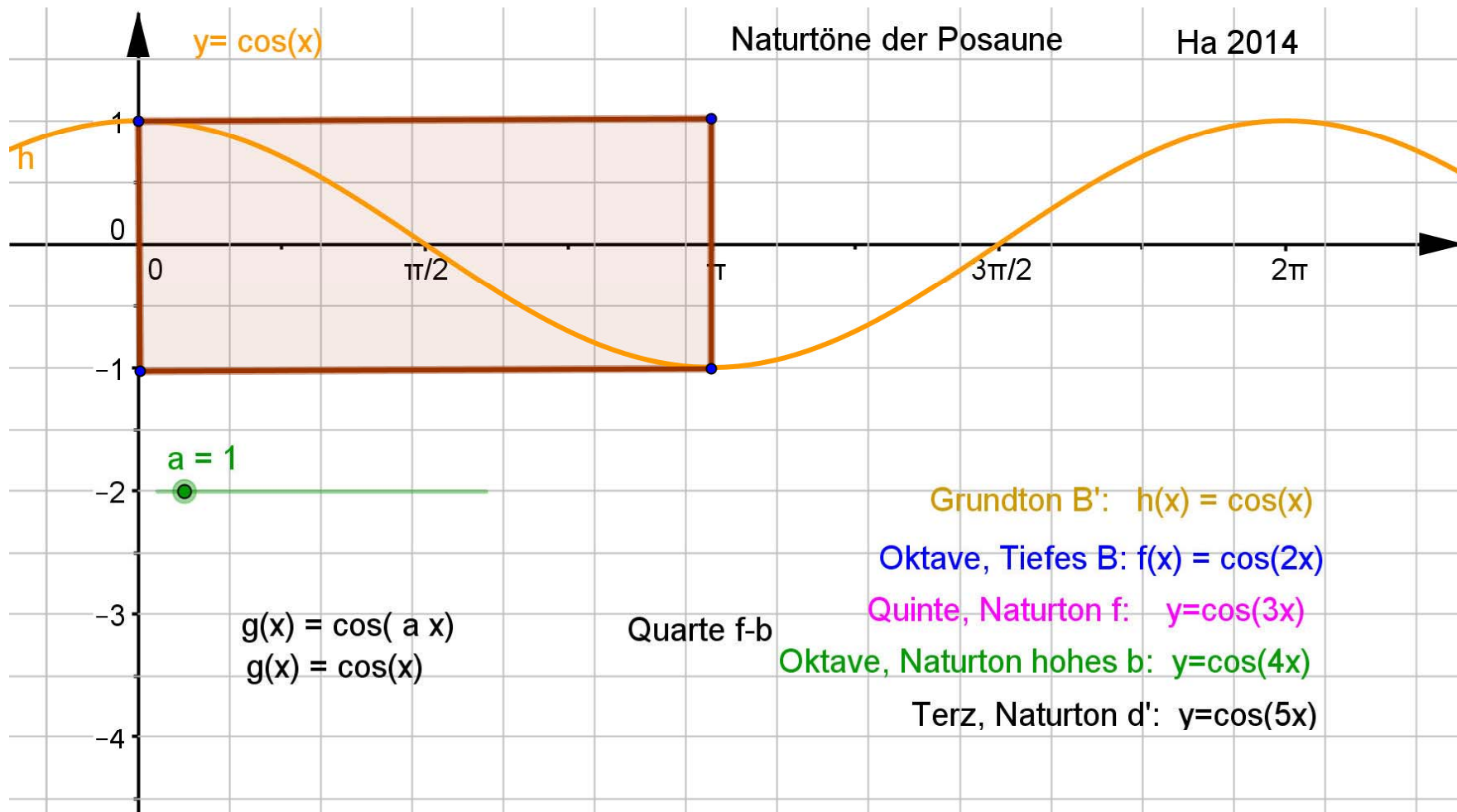
Datei: [vieta.ggb](http://www.mathematik-verstehen.de/vieta.ggb)



Funktionen

Stehende Wellen in der Posaune

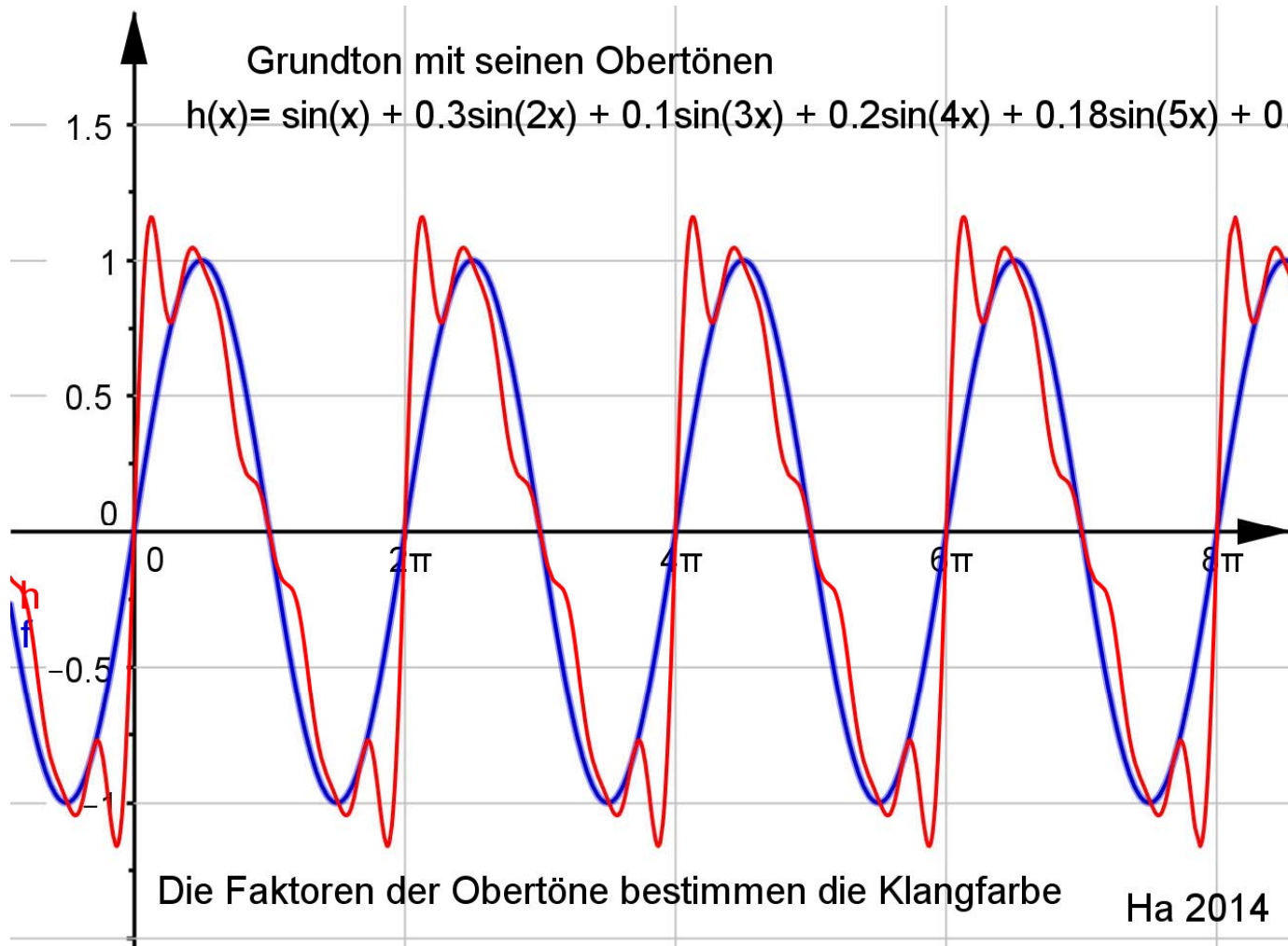
Datei: [posaune.ggb](#)



Funktionen

Klangfarbe verstehen

Datei: [sinus+obertoene.ggb](#)



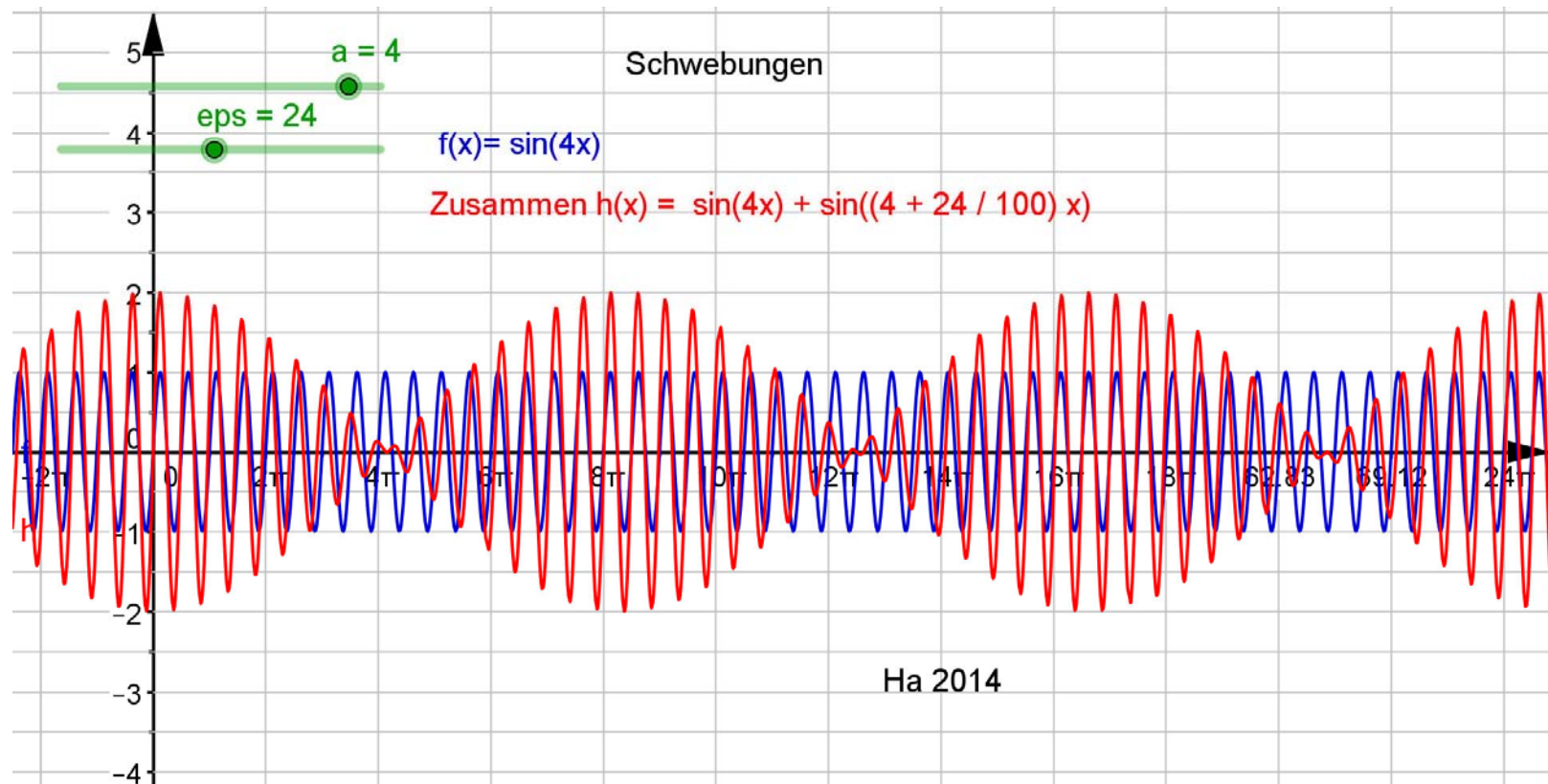
Tabelle+Grafik

Ha 2014

Funktionen

Schwebungen

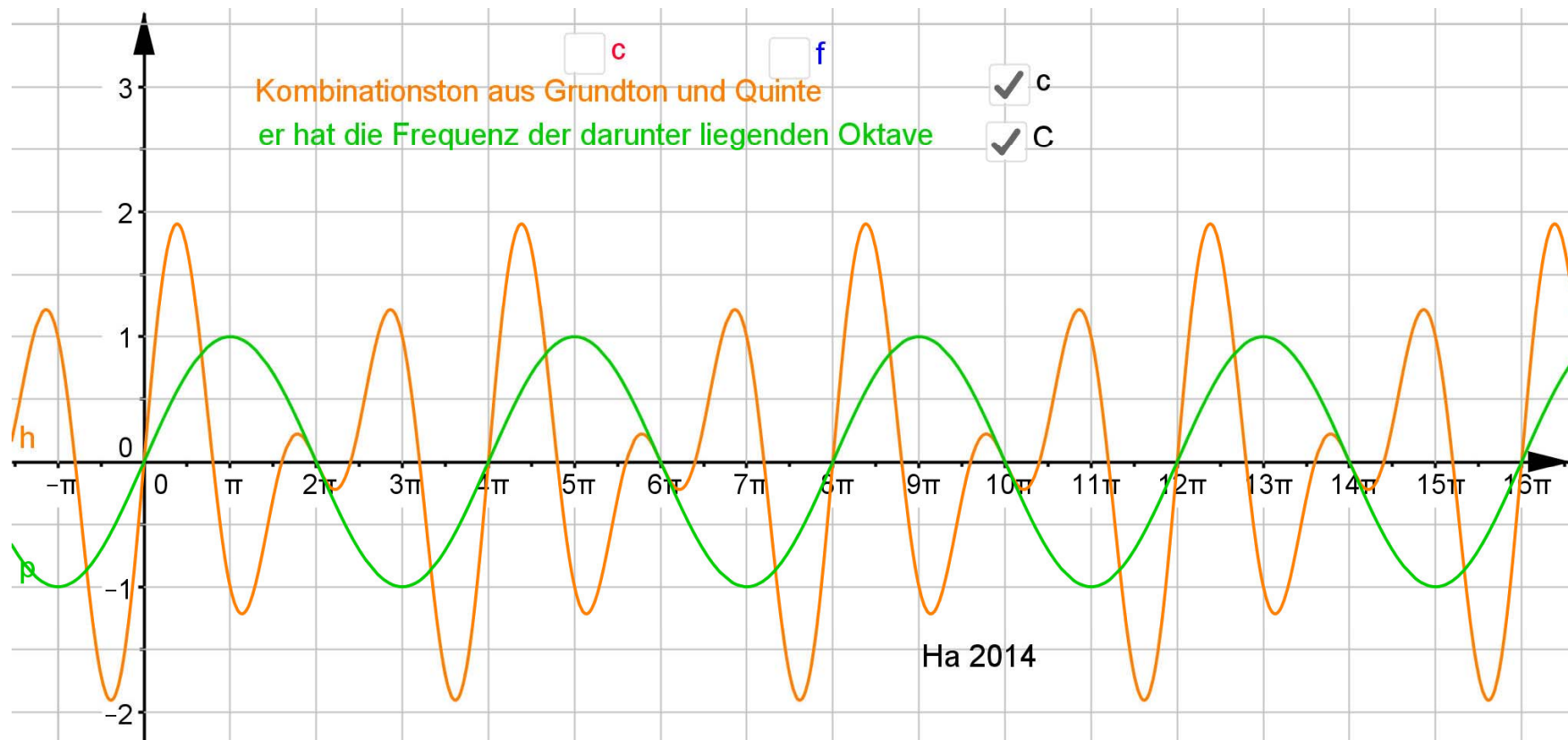
Datei: [schwebungen_ggb.ggb](#)



Funktionen

Kombinationstöne

Datei: [kombinationstoene.ggb](#)



Funktionen

Gebrochenrationale Funktion

Datei: [gebrochenrational.ggb](#)

The screenshot displays a CAS (Computer Algebra System) interface with several windows:

- Algebra:** Shows the function $f(x) = \frac{(x+2)^2}{x^2-2^2}$ and $g(x) = \frac{x+2}{x-2}$. It also lists a vertical line $e: x = 2$ and a list $Liste1 = \{1, 4x + 8\}$. A point $A = (-2, 0)$ is defined.
- CAS:** Shows the definition $fk(x) := \frac{-k-x}{k-x}$ and the calculation $fk(-k) \rightarrow 0$. It also displays the division $Division[(x+k)^2, x^2-k^2]$ resulting in $\{1, 2kx + 2k^2\}$.
- Grafik 2:** A coordinate system showing the graph of the function. A vertical asymptote is at $x = 2$ (yellow line). A removable discontinuity is at $x = -2$ (orange circle labeled A). The graph consists of two branches: one in the lower-left region and one in the upper-right region.
- Grafik:** Shows a zoomed-in view of the point $A = (-2, 0)$ and the x-axis.

Text on the right side of the interface:

Das Algebrafenster und
Im Algebrafenster wird
Im CAS-Fenster wird so
der Funktionswert der
Im CAS wird die Polste
die im AlgebraF. richtig
Diese Unterschiede gel
die Asymptote abgespa

g ist in A stetige Fortsetzung von f

Wunsch:
Das CAS möge das tu
Haftendorn@u

Euler-Kasten

Standard-Abitur+Überraschung Datei: [CAS e kasten.ggb](#)

Geogebra CAS Interface showing the Euler-Kasten problem.

Algebra View:

- Funktion:
 - $f(x) = (e^x - 2)^2$
 - $g(x) = 2^2$
 - $wt(x) = 2(e^{\ln})$
- Zahl:
 - Fläche = 8
 - breite = 2
 - kk = 2
 - links = -8
 - xwK = 0.5
 - yw = 1
 - ywK = 1

CAS View:

- $fk(x) := (\exp(x) - k)^2$
- $\checkmark fk(x) := (e^x - k)^2$
- $(\exp(x) - k)^2 = 0$
Löse: $\{x = \ln(k)\}$
- $(\exp(x) - k)^2 - k^2 = 0$
Löse: $\{x = \ln(2k)\}$
- $(\exp(x) - k)^2$
Ableitung: $2e^x(e^x - k)$
- $((2 * e^{\wedge}(x)) * (e^{\wedge}(x) - k)) = 0$
Löse: $\{x = \ln(k)\}$
- $((2 * e^{\wedge}(x)) * (e^{\wedge}(x) - k))$
Ableitung: $2(e^x)^2 + 2e^x$

Grafik View:

Grafik 2 View:

Euler-Kasten Ha 14, seit 06 in div. Systemen

e-Funktion mit besonderen Kasteneigenschaften

kk = 2

Zusammenspiel CAS-Algebra

Im CAS exakte Rechnungen mit k.
In Algebra mit Regler kk.

Integral links = -8

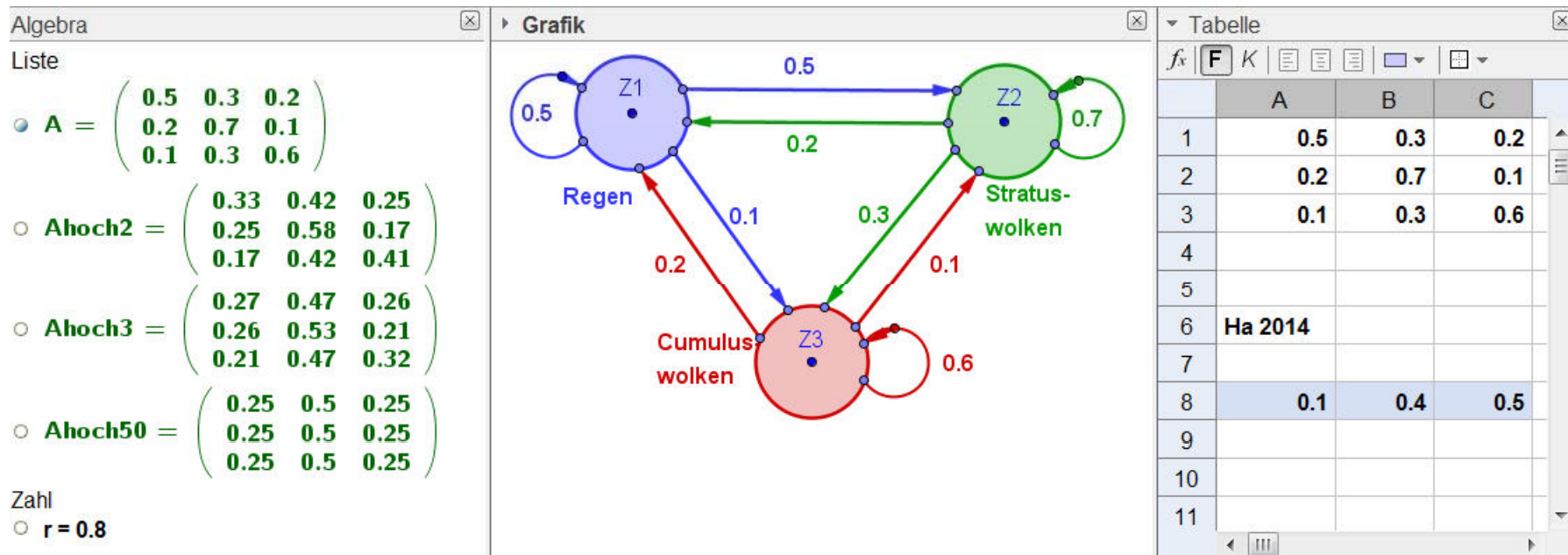
Wendetangentenkasten

WMA-Streifen

Stochastik

Markowketten

Datei: [markowzustaende.ggb](#)

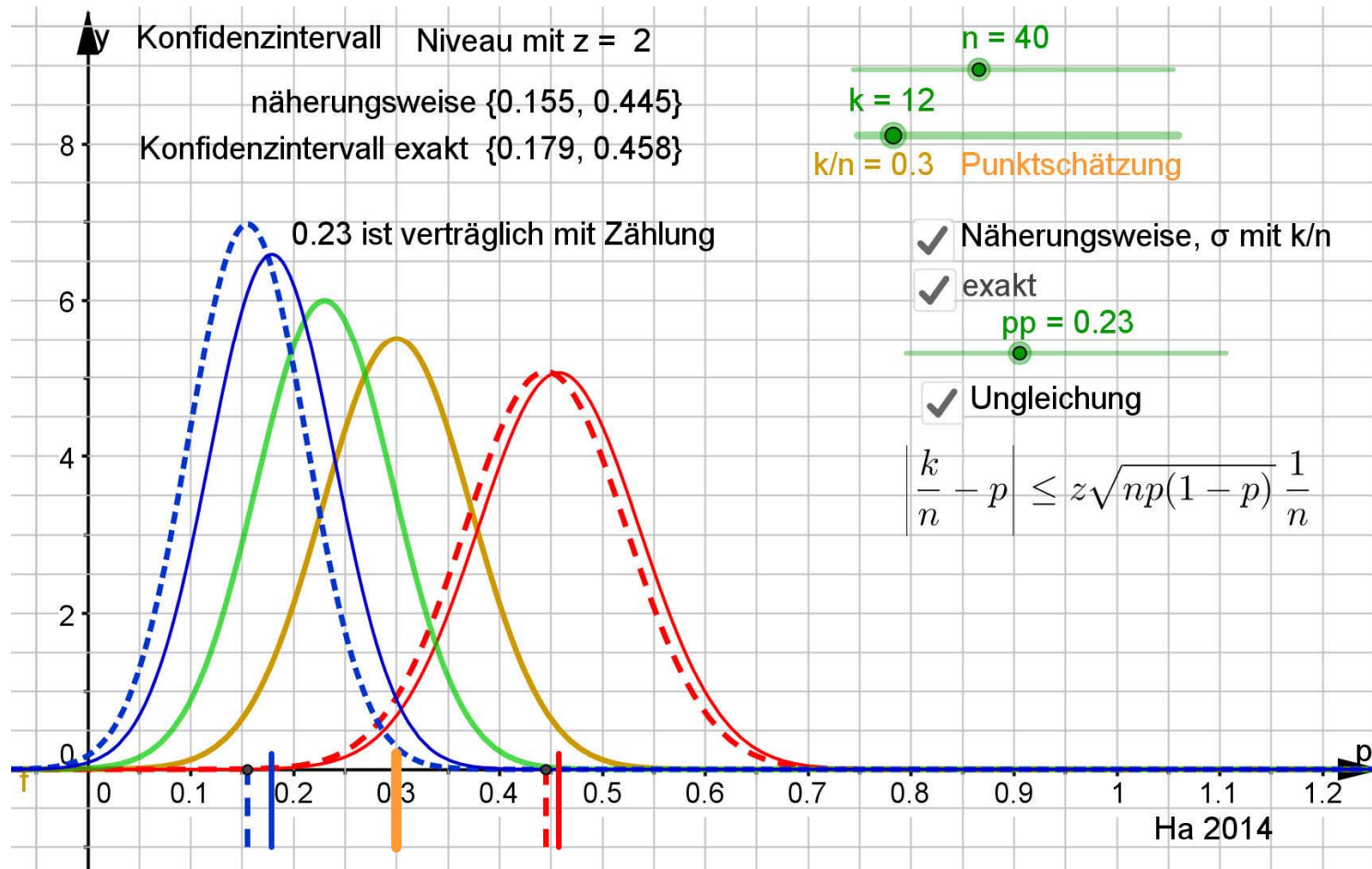


Matrizen werden dadurch definiert, dass man das gewünschte Rechteck im Tabellenfenster ausfüllt und markiert. Dann ist mit der rechten Maustaste „Erzeuge Matrix“ zu wählen.

Die Zahlen im Zustandsgraphen sprechen mit „B3“ etwa die Tabelle an.

Stochastik

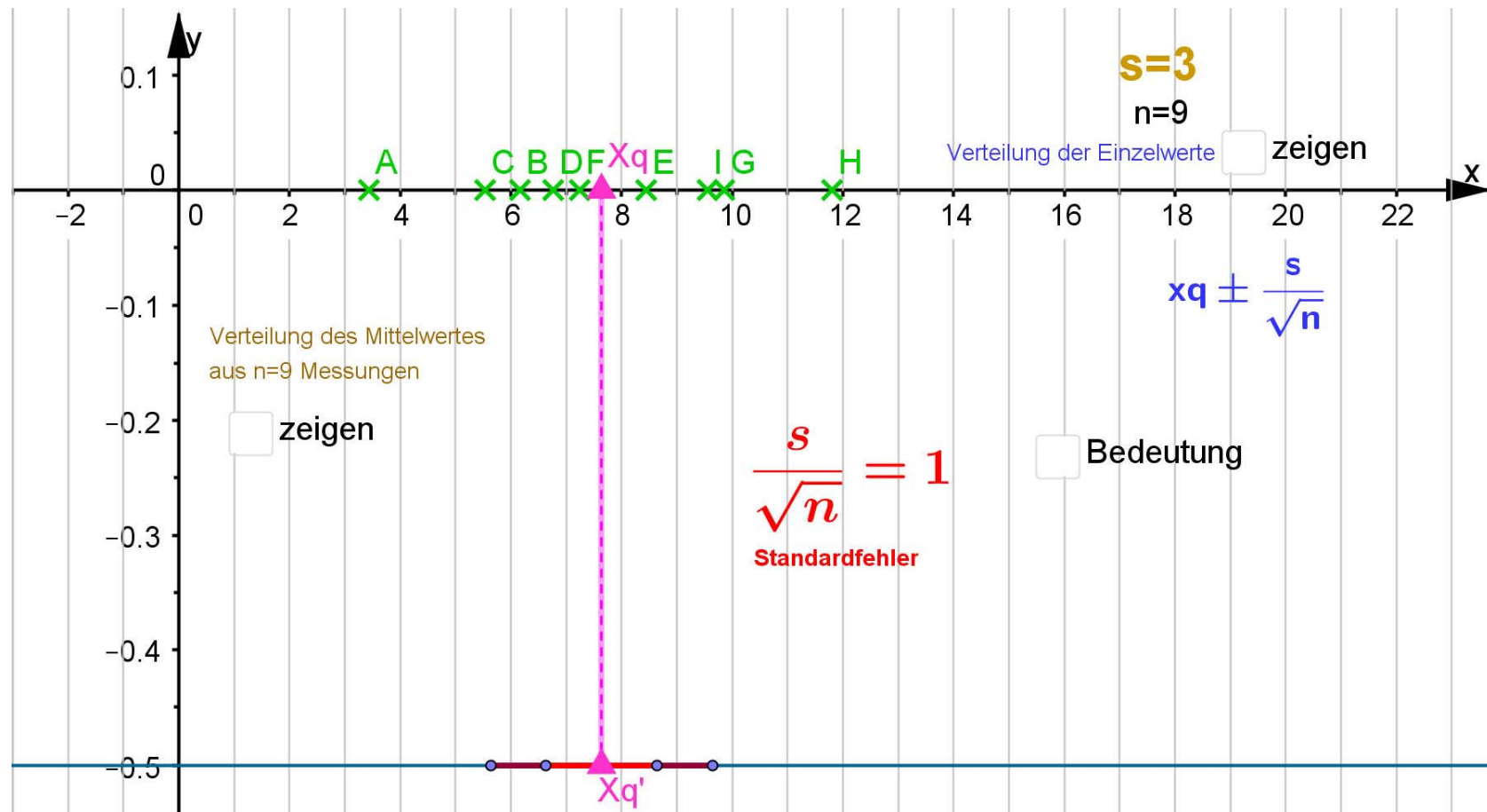
Konfidenzintervall alle Infos Datei: [konfidenzintervall binom.ggb](#)



Stochastik

Messwerte und Auswertung
Bedeutung der Angaben

Datei: [wurzel_n_gesetz.ggb](#)



Stochastik

Messwerte und Auswertung Bedeutung der Angaben

Datei: [wurzel_n_gesetz.ggb](#)

