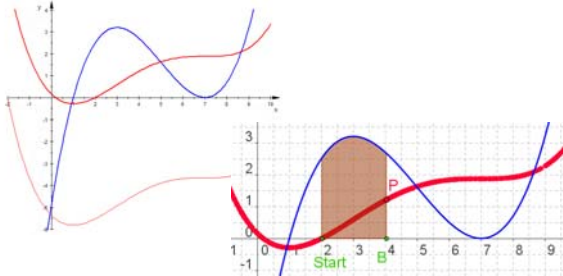


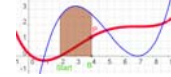
Interaktive Erfahrungen mit Funktionen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Oldenburg 2008

Interaktive Erfahrungen mit Funktionen

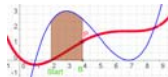
- Allgemeine Analysis
 - Integration
 - Differentiation
 - Hauptsatz
- Erfahrungen mit Funktionen erweitern
 - Polynome
 - e-Funktion
- Polarkoordinaten in gekoppelter Darstellung
 - Rosetten
 - sichtbare Analysis ...



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Oldenburg 2008

Interaktive Erfahrungen mit Funktionen

- Allgemeine Analysis
 - Integration
 - Differentiation
 - Hauptsatz
- Erfahrungen mit Funktionen erweitern
 - Polynome
 - e-Funktion
- Polarkoordinaten in gekoppelter Darstellung
 - Rosetten
 - sichtbare Analysis



GeoGebra
www.geogebra.org



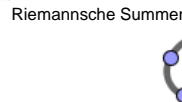
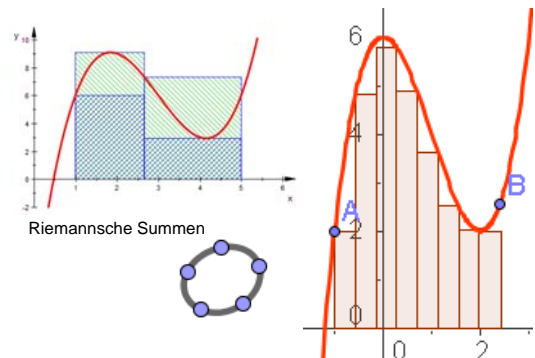
MuPAD
www.mupad.de



Und alles steht im Internet
www.mathematik-verstehen.de

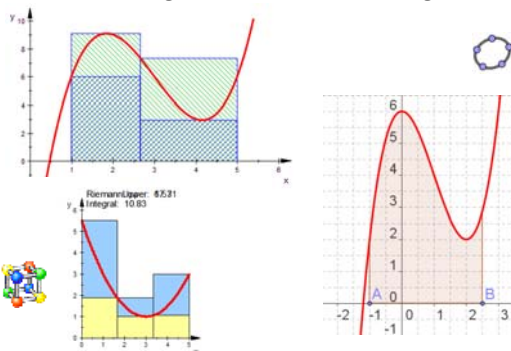
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Oldenburg 2008

Integration Einführung



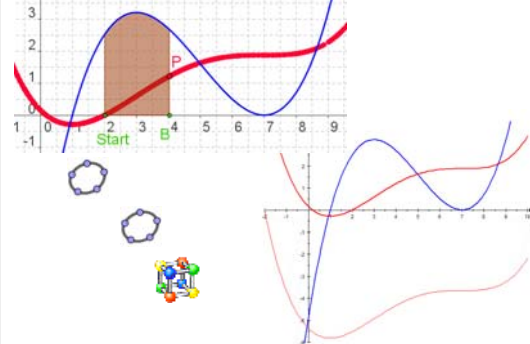
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Integration Einführung



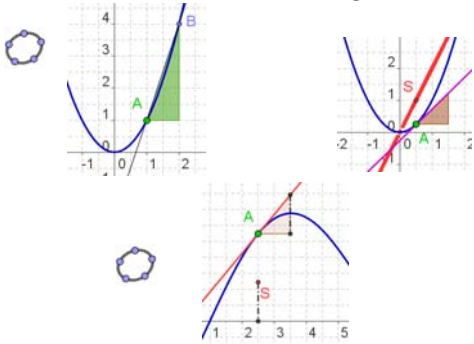
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Integration Eigenschaften



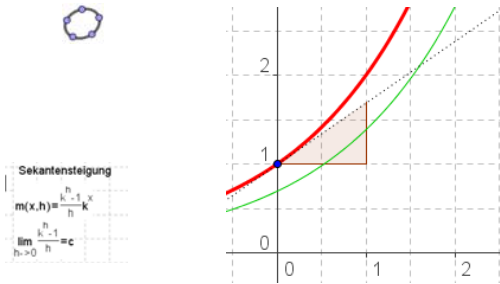
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Sekanten und Tangenten



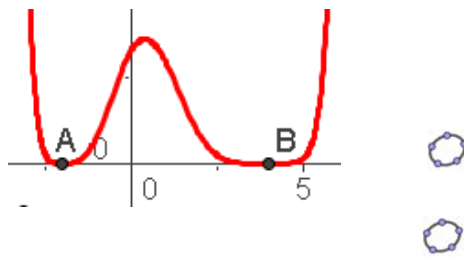
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Exponentialfunktion



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

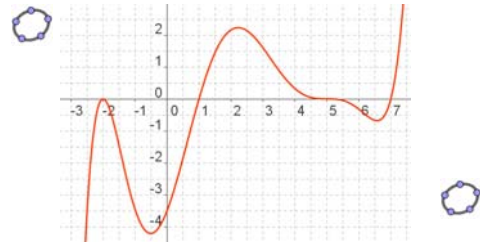
Analysis: vielfache Nullstellen



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

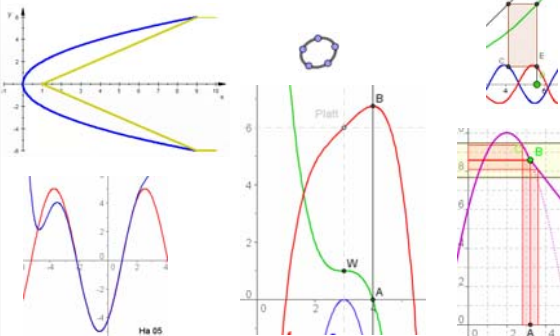
Polynome selber erstellen

$$f(x) = t(x + 2)^2(x - 1)(x - 5)^2(x - 7)$$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Ideen ohne Ende



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Polarkoordinaten besser verstehen

durch bewegliche und gleichzeitige Darstellung der zugehörigen kartesischen Funktion

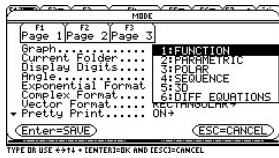
$$r = r(t) = \cos(t) + \frac{1}{2}$$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Warum eigentlich Polarkoordinaten?

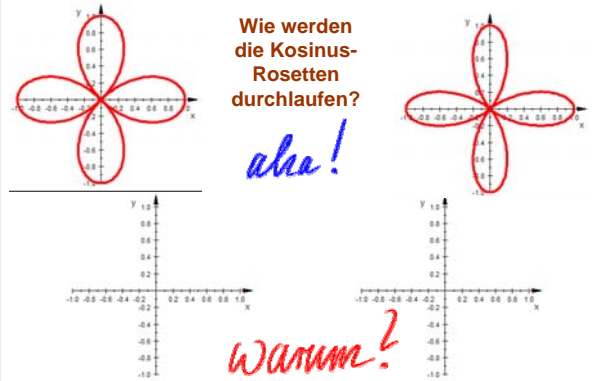
- Weil sie wunderbare Mathematik ermöglichen
- Weil sie ein Stück Welt erschließen
- Weil Lernende in selbst auf Erkundung gehen können
- Weil Günter Steinberg schon vor Jahren 1000 Gründe genannt hat
-



- Weil wir doch wohl eine Antwort haben sollten, was solche Menü-Einträge bedeuten.

Aber das ist längst nicht Alles!

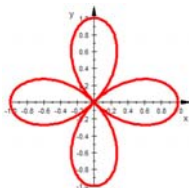
Wie werden die Kosinus-Rosetten durchlaufen?



Wie kann man den Durchlauf verstehen?

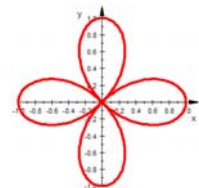
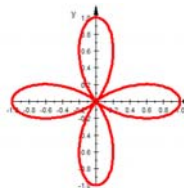


Archimedische Spirale



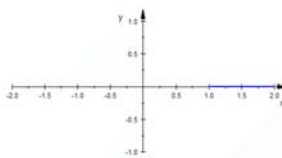
GeoGebra

polar-kartesisch-Koppelung



GeoGebra

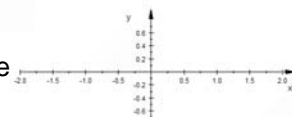
Eine Konchoide der Kosinus-Rosette...



$$r(t) = \cos(2t) + 1$$

..ist die Doppel-Ei-Linie

$$r(t) = 2\cos(t)^2$$

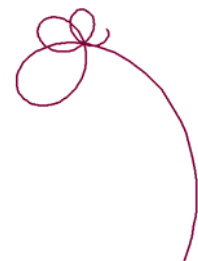


Polarblume (Staatsex. Aufgabe)

Es ist $r(\varphi) = \frac{1}{\varphi-1} \cos\left(\frac{\pi}{2}\varphi\right)$ gegeben.

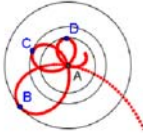
- Entwickeln Sie einen kartesischen Graphen hierzu aus zwei Bausteinen für $\varphi \geq 0$. (Siehe auch Teil c)
- Rechts ist der Polar-Graph im Intervall $[2, 10]$ dargestellt. Zeichnen Sie rechts ein Koordinatensystem ein und bestimmen Sie für Anfangs- und Endpunkt Gradmaß, Radius und kartesische Koordinaten. Kennzeichnen Sie in Ihrem Bild aus a) die Entsprechungen dieser drei Blätter.
- Bestimmen Sie exakt $\lim_{\varphi \rightarrow 1} r(\varphi)$.

Warum zeigt der TI im 3. Quadranten eine Lücke? Zeichnen Sie hier (durch den Text hindurch) die Polarblume von $\varphi = 0$ an. Wie sieht sie für immer größer werdende Winkel aus?



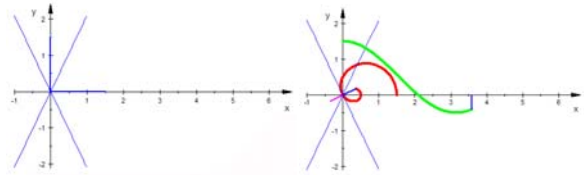
Polarblume (Staatsex. Aufgabe)

- d) Bestimmen Sie numerisch mit TI und mit dem Keplersverfahren den Flächeninhalt des größten der oben dargestellten Blätter.
- Ermitteln Sie auch einen groben Näherungswert durch Einzeichnen und Auswerten einer elementaren Figur.
- Erklären Sie, warum das Keplersverfahren hier keinen sonderlich guten Wert liefert.
- e) Bestimmen Sie für dieses Blatt den vom Ursprung am weitesten entfernten Punkt als relatives Maximum von r (mit Ableitung von Hand, numerische Auswertung der Ableitung mit TI). Welche Möglichkeiten haben Sie, ohne Ableitung an numerische Werte zu kommen? Warum kann man keine exakten Werte anstreben?
- f) In einem Dynamischen-Mathematik-System könnte man in der gezeigten Art Kreise „aufziehen“. Begründen Sie, warum es für jedes Blatt genau einen solchen „Berührkreis“ gibt.
- Beziehen Sie dies auf Ihre bisherige Aufgabenbehandlung. Was lässt sich zu der Folge der Kreisradien und der Folge der Winkelstellungen der Berührungspunkte B, C, D... sagen?



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Elemente der Analysis stützen



Die Nullstellen in der kartesischen Darstellung zeigen die Steigungen der Polarkurve in den Durchgängen durch den Ursprung.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Fragen stellen, Antworten finden

Dr. Dörte Haftendorn 5/97



Meine Aufgabe im Buch „Analysis-Aufgaben“ von Steinberg/ Ebenhöf (Schroedel)

$$r(t) = \ln(t) \sin(5t)$$

Woher kommt der kleine Zipfel??????????



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Fragen stellen, Antworten finden

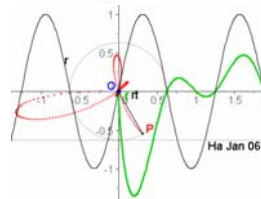
Dr. Dörte Haftendorn 5/97



Meine Aufgabe im Buch „Analysis-Aufgaben“ von Steinberg/ Ebenhöf (Schroedel)

$$r(t) = \ln(t) \sin(5t)$$

Woher kommt der kleine Zipfel??????????



Da gibt es noch zwei weitere Zipfelchen!!!!!!!!!!!!



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen

Interaktive Erfahrungen mit Funktionen

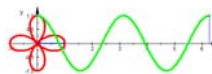
- Visualisieren bei der Einführung von Begriffen
- Verankerung der Begriffe durch eigenes Handeln
- Anlässe zum Austausch und zu einer Diskussion, die ihren Namen verdient.
- die elementarerer Dinge habe ich hier gar nicht gezeigt: Schieben, Strecken, Summen, Produkte...
- Problemfelder, z.B. Extremwertaufgaben... habe ich hier auch nicht gezeigt.
- Visualisierung sollte zum Grundbedürfnis werden.
- Visualisierung schützt von Fehlern.
- **Interaktive Erfahrungen ermöglichen eigentlich erst das vertiefte Lernen.**

Prof. Dr. Dörte Haftendorn Universität Lüneburg <http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

Interaktive Erfahrungen mit Funktionen

sind einfach schön

Danke
für Ihre
Aufmerksamkeit



Und alles steht im Internet www.mathematik-verstehen.de

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de Interaktive Erfahrungen