

Stetigkeit

| Ha, 12.04

$$f: D \rightarrow \mathbb{R}$$

Grundlage Grenzwert einer Fkt.

Definitionsbereich

$$a \in D \quad b \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$$

Def.

 b ist Grenzwert von f für $x \rightarrow a$

$$\Leftrightarrow \forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0: \forall x \in U_\delta(a) \Rightarrow |f(x) - b| < \epsilon$$

 \Leftrightarrow Worte der Vorlesung

$$\Leftrightarrow \text{für alle Folgen } (x_n) \text{ mit } \lim_{n \rightarrow \infty} x_n = a$$

$$\text{gilt } \lim_{n \rightarrow \infty} f(x_n) = b \text{ (d.h. existiert und ist gleich } b \text{)}$$

Wichtige FälleⒶ $a \in D$ d.h. $f(a)$ existiertI $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existiert nicht $\Rightarrow f$ ist unstetig in a II $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ und $f(a) \neq b \Rightarrow f$ ist unstetig in a III $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ und $f(a) = b \Rightarrow f$ ist stetig in a IV für Randpunkte von D wird nur der Grenzwert von einer Seite betrachtet.Ⓑ $a \notin D$ man ~~kann~~ nichts sagen über die Stetigkeit.Sei $D^* = D \cup \{a\}$ und

$$f^*: D^* \rightarrow \mathbb{R} \text{ mit } f^*(x) = f(x) \quad \forall x \in D$$

Ist f^* stetig in a , dann heißt f^* "Stetige Fortsetzung von f "Gibt es kein solches f^* , heißt f nicht stetig fortsetzbar.