

Fraktale Dimension

Selbstähnlichkeits-Dimension d

Prof. Dr. Dörte Haftendorn

www.uni-lueneburg.de/mathe-lehramt 1995, Apr. 2005

Ein Fraktal wird "**streng selbstähnlich**" genannt, wenn es aus gleichen Bausteinen besteht, die bei passender Vergrößerung genau wie das ganze Fraktal aussehen.

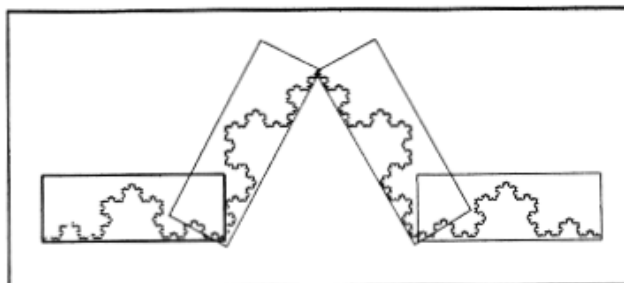
Leider kann man nie ein Fraktal genau zeichnen, sondern immer nur in "Stufen". Oft kann man ab der 3. Stufe schon sehen und überlegen wie es weitergeht, wenn die Stufenzahl immer mehr erhöht wird. Die "Kochkurve" ist in dieser Hinsicht schön übersichtlich.

$z = 4$ Bausteine



$k = 3$

→
auf das Ganze



Wenn also z Bausteine das ganze Fraktal bilden und jeder Baustein, gestreckt mit dem Faktor k , ebenfalls das ganze Fraktal bildet, dann muss man ein Maß, das diese Abbildung "mitmacht", auf zweierlei Arten berechnen können:

$$Ma\beta_{neu} = Ma\beta_{alt} \cdot z \text{ und } Ma\beta_{neu} = Ma\beta_{alt} \cdot k^d, \text{ also } Ma\beta_{alt} \cdot z = Ma\beta_{alt} \cdot k^d$$

und es folgt: $z = k^d$. Dann ergibt sich

$$d = \frac{\log z}{\log k}$$

. Dabei kann \log jeder Logarithmus sein.

Für die Kochkurve errechnet man nun: $d = \frac{\log 4}{\log 3} = 1,26\dots$ als

Selbstähnlichkeits-Dimension.

Übung: Bestimme unten d , wenn es geht.

Suche in den folgenden Fraktalen passende Bausteine, rahme sie fabig ein.

