Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, 3. Juli 2003

```
ContinuedFractionForm[
 ContinuedFraction[√4703 , 11]]
```

$$68+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{2+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{9+\cfrac{1}{1+\frac{1}{2}}}}}}}}}}$$

Kettenbruchentwicklung

Jede reelle Zahl kann in einen Kettenbruch entwickelt werden:

Î Verwende den ganzzahligen Anteil a für den Kettenbruch.

Ï Subtrahiere a, bleibt kein Rest, bricht der Kettenbruch hier ab.

Ð Bilde den Kehrwert des Restes, Wiederhole ab Î.

Die Kettenbruchentwicklung:

Ç bei rationalen Zahlen bricht sie ab.

Ç bei den irrationalen Zahlen bricht sie nicht ab.

Bringt man die Kettenbruchentwicklung auf einen einzigen Bruch

$$x \approx x_n = a_o + \cfrac{1}{a_1 + \cfrac{1}{a_2 + \cfrac{1}{a_3 + \cfrac{1}{\dots + \cfrac{1}{a_n}}}}}$$

der Gestalt $\frac{p_n}{q_n}$, dann gibt es keinen anderen Bruch mit einem Nenner kleiner als q_n, der x besser approximiert (annähert).

Der Fehler ist $\left|x - x_n\right| < \frac{1}{a_{n+1} \bullet q_n{}^2}$. Je größer also a_{n+1} ist, desto kleiner ist der Fehler.

Ein besonderer Kettenbruch, der unendlich so weiter geht. Es ist der Kettenbruch, der sich am schlechtesten durch eine rationale Zahl approximieren lässt.

$$1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\cfrac{1}{1+\frac{1}{1}}}}}}}}}}$$

$$1, \frac{2}{1}, \frac{3}{2}, \frac{5}{3}, \frac{8}{5}, \frac{13}{8}, \frac{21}{13}, \dots$$

$$1, 2, 1.5, 1.6666, 1.6, 1.625, 1.615, \dots -> 1{,}618033989\dots$$

Dieser Wert und sein der Kehrwert sind die zum “Goldenen-Schnitt” gehörigen Zahlen.

$$1, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \frac{8}{13}, \frac{13}{21}, \dots -> 0.618033989\dots$$

Der Kettenbruch ist “selbstähnlich”.