

# Fraktale mit MuPAD, Wegfraktale rekursiv

Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 4, ( ehemals April 03) Update Apr. 11

<http://haftendorn.uni-lueneburg.de>

[www.mathematik-verstehen.de](http://www.mathematik-verstehen.de)

+++++

## LEVEL 1

Die Möglichkeiten in MuPAD 4 nochmal sind erheblich verbessert worden (Woran ich nicht ganz unschuldig bin.) Somit ist nun ein LOGO-Ähnlicher Einstieg möglich,

den ich hier vorstellen werde, wenn ich mal wieder Zeit habe.

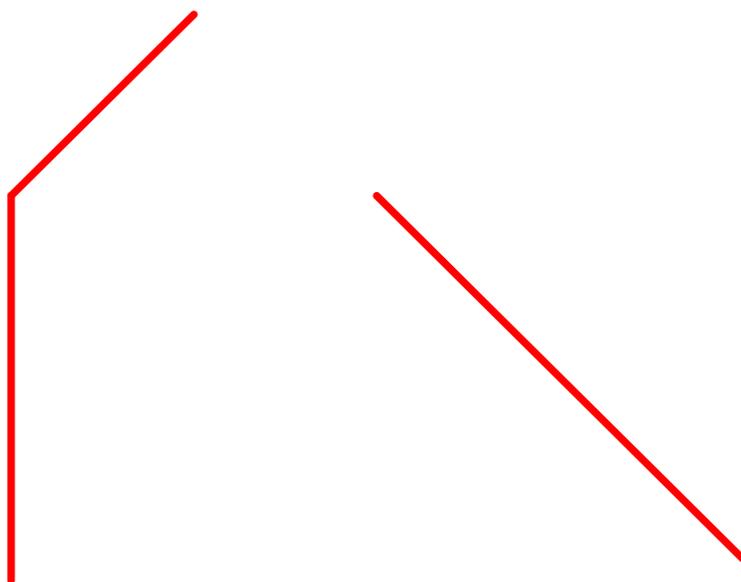
Kurz:

**delete(Igel):**

```
Igel:=plot::Turtle([Forward(15),Right(PI/4),Forward(10),F  
                ,Up,Forward(10),Down,  
                Forward(20)],LineColor=RGB::Red,LineWi
```

```
plot(Igel);
```

```
plot::Turtle([Forward(15),Right(1/4*P...),Forward(20)])
```

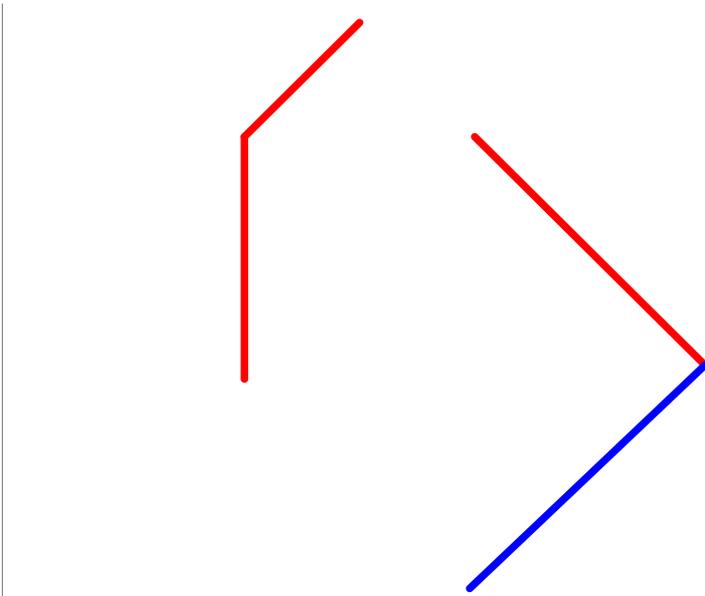


Das geht genauso wie in LOGO.

```
Igel::setLineColor( RGB::Blue );
```

```
Igel::left(300): Igel::forward(20): plot(Igel);
```





Dem Objekt Igel, das mit `plot::Turtle(.....)` definiert worden ist, können weitere Befehle in seine Befehlsliste geschrieben werden. Diese werden dann klein geschrieben `Igel::forward` statt `Forward` .  
 So kann man auch noch Farben umdefinieren. An die Strichdicke kommt man aber nur bei der Definition des Objektes (was etwas schade ist).

## LEVEL 2

Für Fraktale ist die einfache Befehlsliste nicht brauchbar, da geht nur das Anhängen immer weiterer Befehle, bis das ganze Fraktal T entstanden ist.

Als Grundidee werden in Anlehnung an die Lindenmayersysteme einfache Prozeduren definiert:

```
delete x,w,T:
F:=proc(x) begin T::forward(x) end_proc:
f:=proc(x) begin T::penUp; T::forward(x); T::penDown; end
R:=proc(w) begin T::right(w)end_proc:
L:=proc(w) begin T::left(w)end_proc:
K:=proc() begin T::push() end_proc:
Z:=proc() begin T::pop() end_proc:
Rd:=proc() begin T::setLineColor([1,0,0]) end_proc:
Gr:=proc() begin T::setLineColor( RGB::Green) end_proc:
Bk:=proc() begin T::setLineColor( RGB::Black) end_proc:
Ma:=proc() begin T::setLineColor( RGB::Magenta)end_proc:
```

Eine rekursive Prozedur, d.h. eine, die sich selbst aufruft, bildet das Fraktal. Der Initiator (Axiom) erscheint im Rekursionsanfang, in der Abbruchbedingung.

Der Generator wird ausgeschrieben, wobei der Prozedurname(n-1) anstelle von `F( )` verwendet wird.

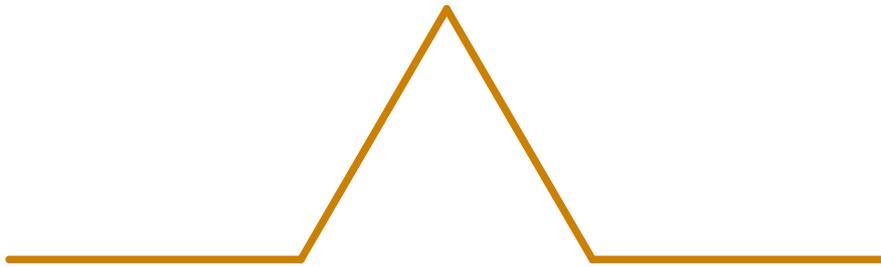
Die Weglänge muss in der Prozedur passend verkleinert werden.

#####

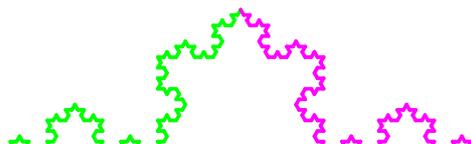
## Kochkurve

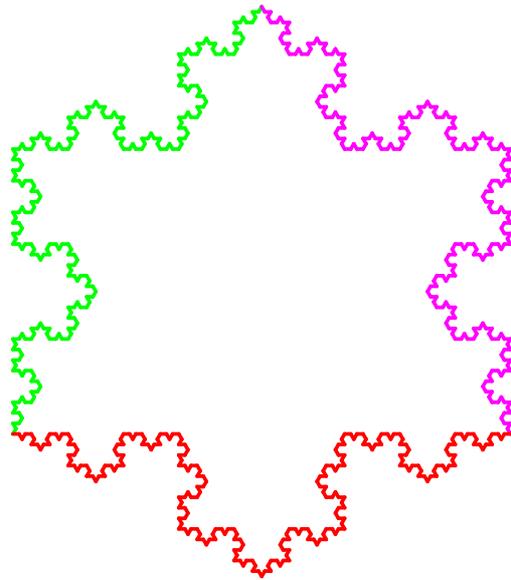
```
delete x,w,T:
koch:=proc(x,n) local a, w; begin
    a:=x; w:=PI/3:
    if n=0 then F(a): return() end_if;
    a:=x/3;
    koch(a,n-1):L(w):koch(a,n-1):R(w):R(w):
    koch(a,n-1):L(w):koch(a,n-1):
end_proc:

T := plot::Turtle(LineWidth=1): /*die Turtle wird erze
T::right(PI/2): /* Startrichtung rechts */
T::setLineColor([0.8,0.5,0]): /* Farben im RGB-System dir
koch (200, 1) ;
plot(T);
```



```
w:=PI/3:
T:= plot::Turtle(LineWidth=0.5): /*die Turtle wird erz
T::right(PI/6): /* Startrichtung */
n:=4:
kx:=100:
Gr():koch(kx,n):R(w):R(w):Ma():
    koch(kx,n):R(w):R(w):Rd(w):
    koch(kx,n):R(w):R(w):
plot(T, Axes = None,Scaling=Constrained):
```





## Zweig-Frakal

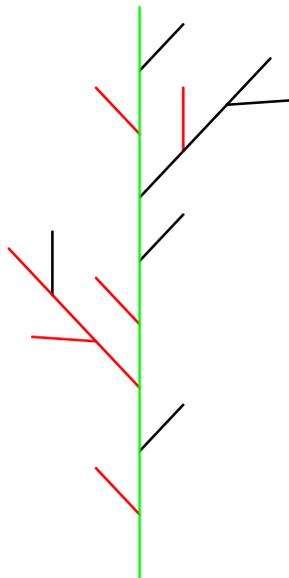
```
delete x,w,n,T:
zweig:=proc(x,w,n) local a; begin
  a:=x:
  if n=1 then F(x):return() end_if;
  a:=a/3;
  zweig(a,w,n-1):K():L(w):Rd():zweig(a,w,n-1):Gr():
  zweig(a,w,n-1):K():R(w):Bk():zweig(a,w,n-1):Gr():
  zweig(a,w,n-1):
end_proc:
```

Für die Umrechnung von Gradmaß in Bogenmaß nimmt man deg als Faktor

```
Deg:=PI/180:float([45*Deg,PI/4]) /* Winkel in Grad */
```

```
[0.7853981634, 0.7853981634]
```

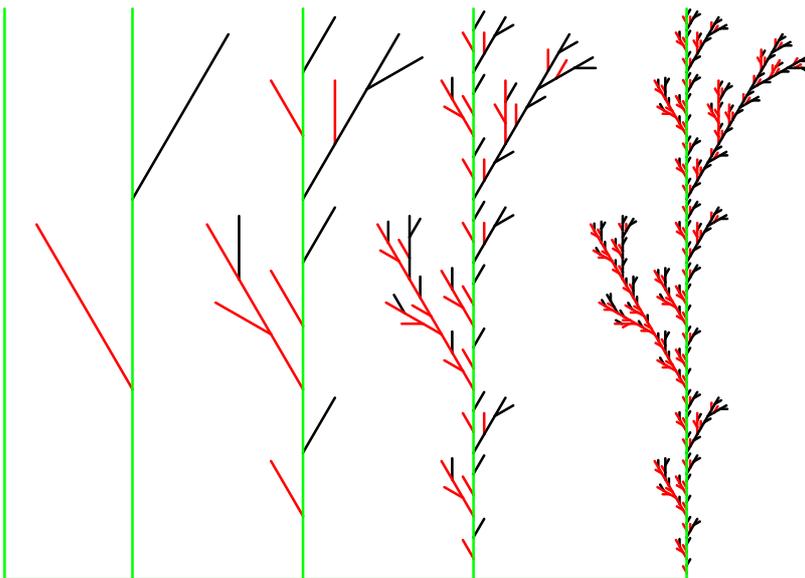
```
T:= plot::Turtle(LineColor=RGB::Green):zweig(1,43*Deg,3):
plot(T):
```



Der Vorteil gegenüber den Lindenmayersystemen ist, dass man auf die erzeugte Turtle zugreifen

erzeugte Turtle zugreifen  
und so mehrere Stufen in ein Bild stellen kann.

```
x:=27:w:=30*Deg: T := plot::Turtle(LineColor=RGB::Green
n:=5:
K():zweig(x,w,1):Z():T::right(PI/2):T::forward(6):T::left
K():zweig(x,w,2):Z():T::right(PI/2):T::forward(8):T::left
K():zweig(x,w,3):Z():T::right(PI/2):T::forward(8):T::left
K():zweig(x,w,4):Z():T::right(PI/2):T::forward(10):T::lef
zweig(x,w,5):
plot(T):
```



Ein weiterer Vorteil gegenüber den Lindenmayersystemen ist, dass man leichter verschiedene Fraktale kombinieren und die Farben steuern kann. Auch die Parameter lassen sich von außen steuern.

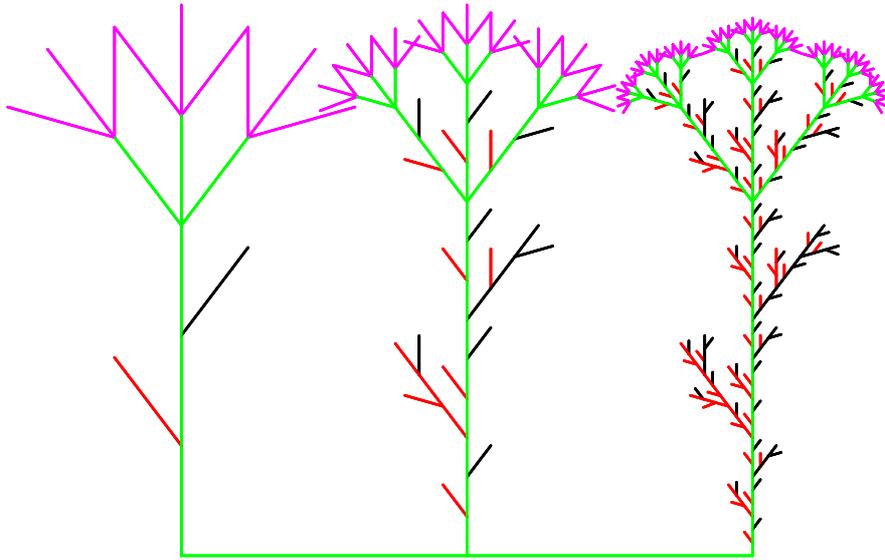
```
delete x,w,n,T:
dolde:=proc(x,w,n) local a; begin
    a:=x:
    if n=1 then Ma(): F(a);return(): end_if;
    a:=x/3; Gr():
    zweig(a,w,n-1):
    K():L(w):Ma():dolde(a,w,n-1):Gr():Z():
    K(): Bk():dolde(a,w,n-1):Gr():Z():
    K():R(w):Ma():dolde(a,w,n-1):Gr():Z():
end_proc:
```

```
delete x,w,T,n;
T := plot::Turtle(LineColor=RGB::Green):
T::push():do3:=dolde(14,37*Deg,3):T::pop():
R(PI/2):f(4):L(PI/2):
T::push():do4:=dolde(15,37*Deg,4):T::pop():
```

```

R(PI/2) : f(4) : L(PI/2) :
do5 := dolde(15, 37*Deg, 5) :
plot(do3, do4, do5) :

```



```

x:=40:w:=35*Deg:T := plot::Turtle(LineColor=RGB::Green, I
K() : dolde(x*0.55, w, 1) : Z() : T::right(PI/2) : T::forward(10) : T
K() : dolde(x*0.8, w, 2) : Z() : T::right(PI/2) : T::forward(12) : T
K() : dolde(x*0.9, w, 3) : Z() : T::right(PI/2) : T::forward(12) : T
K() : dolde(x, w, 4) : Z() : T::right(PI/2) : T::forward(12) : T::lef
K() : dolde(x, w, 5) : Z() : T::right(PI/2) : T::forward(12) : T::lef
dolde(x, w, 6) :
plot(T) :

```

