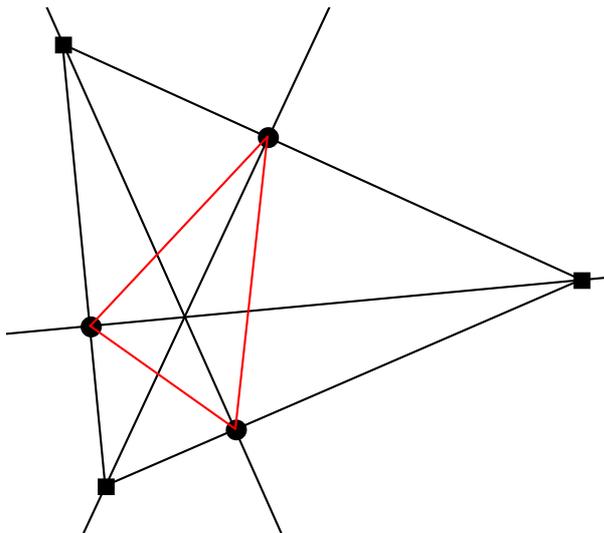


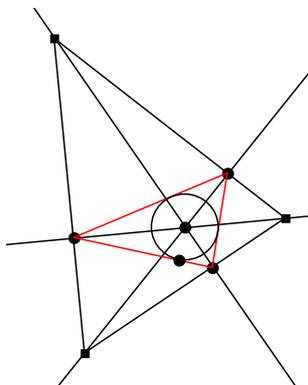
Zusammenstellung der schönen Tatsachen.



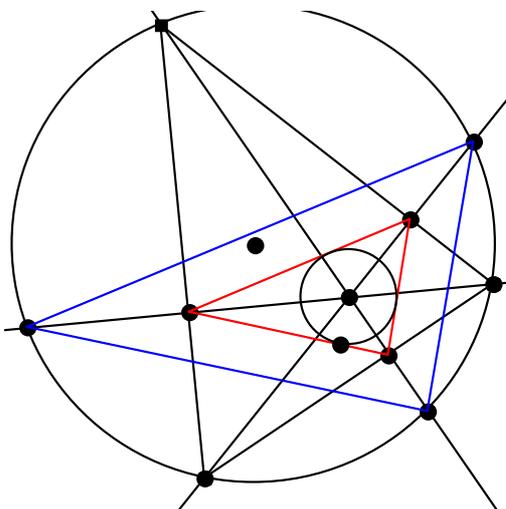
Konstruiere zu einem Dreieck das Höhenfußpunktdreieck.

Welche besondere Rolle spielen die alten Höhen nun in dem Höhenfußpunktdreieck?

Die Höhen sind in HFD die Winkelhalbierenden. Ihr Schnittpunkt ist der Mittelpunkt des Inkreises des HFD.



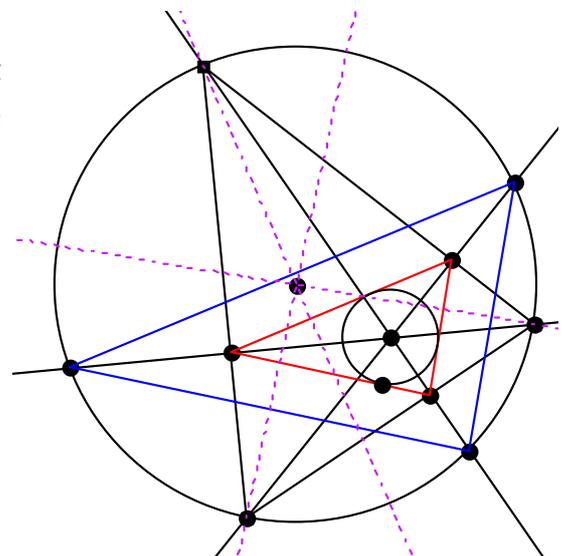
Das HFD ist das Dreieck mit kleinstem Umfang, dessen Ecken auf dem alten Dreieck liegen. Dieser Umfang sei $2d$. d heißt **“vierte Dreiecksseite”**.



Die Höhen schneiden den Umkreis in drei Punkten, deren Dreieck den HFD ähnlich ist.

Es geht direkt aus einer zentrischen Streckung aus dem HFD hervor, Streckzentrum ist der Mittelpunkt des Inkreises des HFD.

Die Umkreisradien stehen senkrecht auf den Seiten des HFD. $2R$ heißt **“vierte Höhe h_d ”**.



Es gilt für den Flächeninhalt F des alten Dreiecks:

$$2F = \sqrt{abcd} \text{ und } 2F = \sqrt{h_a h_b h_c h_d}$$

$$F = R \cdot d = r \cdot s$$

r =Inkreisradius des alten Dreiecks

s =halber Umfang des alten Dreiecks