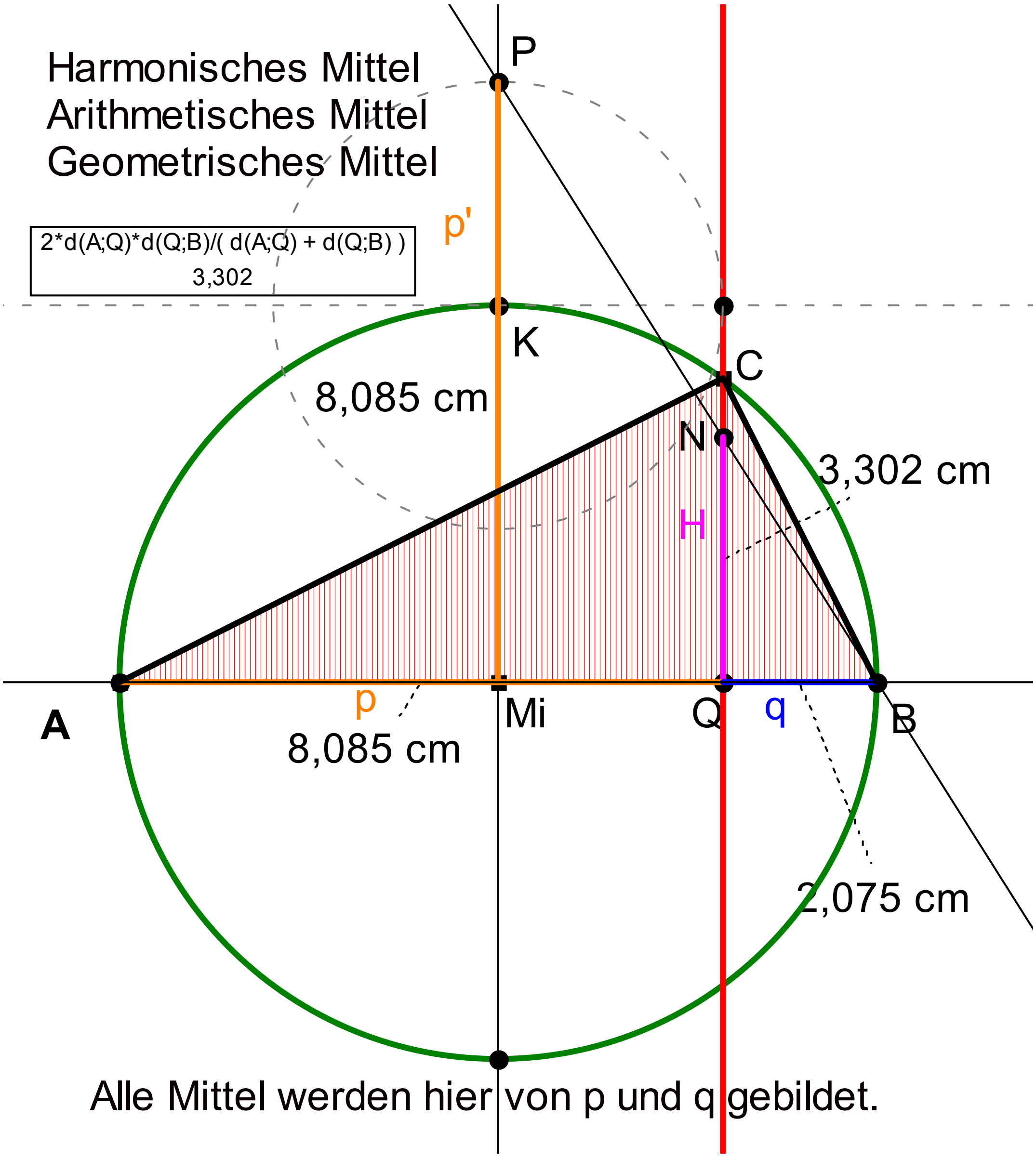
Geometrie Darstellung und Vergleich der “Mittelwerte”

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Uni Lüneburg, 11. Januar 2004

Ein rechtwinkliges Dreieck mit Thaleskreis und Höhe ist geeignet die Zusammenhänge zu zeigen. Schlüssel ist der Höhensatz des Euklid. $h^2 = p \cdot q$

Harmonisches



Mittel

$$\frac{1}{H} = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q}\right)$$

Siehe unten

Arithmetisches Mittel

$$A = \frac{p+q}{2}$$

Das ist hier der Radius des Thaleskreises.

Geometrisches Mittel

$$G = \sqrt{p \cdot q}$$

Das ist hier die Höhe $h = \overline{QC}$ des Dreiecks ABC, da der Höhensatz (s.o.) gilt.

Für das Harmonische Mittel gilt: $\frac{1}{H} = \frac{p+q}{2pq} = \frac{r}{p \cdot q}$, also $\frac{q}{H} = \frac{r}{p}$.

Für diese Beziehung ist oben eine Strahlensatzfigur eingefügt, p ist in Mi aufgerichtet, PB schneidet CQ in N und die Strecke NQ ist dann das Mittel H. Die eingefügten Zahlen und Terme bestätigen das nur, sie sind in der rein geometrischen Konstruktion nicht verwendet. Beim Ziehen an C merkt mann, dass N stets unter C bleibt, dass also für die drei Mittel gilt: $H \leq G \leq A$

Weiter sieht man oben $H \cdot A = G^2$,d.h. das Geometrische Mittel von zweier Zahlen ist das Geometrische Mittel ihres Harmonischen und Arithmetischen Mittels.