

Grundideen zur Stammbruchsuche

$$\frac{2}{\text{gerade Zahl } n} = \frac{1}{\frac{n}{2}}$$

www.mathematik-
verstehen.de
Herbstsemester 2011

Also reicht es $\frac{2}{n}$ mit n ungerade
zu betrachten.

Dann ist ein mögliche Stammbruchzerle-
gung

$$\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n-1}{2} \cdot n} \quad n \text{ ungerade}$$

Beweis n ungerade $\Rightarrow \frac{n+1}{2}$ ist gerade

$$\frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n-1}{2} \cdot n} = \frac{(n+1) \cdot 2}{(n+1) \cdot n} = \frac{2}{n} \text{ ges.}$$

$g := \text{ggT}(2, n) \Rightarrow \frac{2}{n} = \frac{\frac{2}{g}}{\frac{n}{g}}$ gekürzter Bruch

man braucht nur ungekürzte Brüche
zu betrachten.

$$\frac{a}{n} \text{ mit } a | n+1 \Rightarrow \frac{a}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{a}} + \frac{1}{\frac{n+1}{a} \cdot n}$$

Idee $\frac{a}{n} = \frac{1}{k} + b \Rightarrow b = \frac{a}{n} - \frac{1}{k} = \frac{ak-n}{nk} = \frac{z}{nk} = \frac{1}{\frac{nk}{z}}$

$$\frac{a}{n} = \frac{1}{k} + \frac{1}{\frac{nk}{z}}$$

mit $z := ak - n \wedge z | nk$

← Stammzahl (a^2)
ceilung = Decke
sind; Höchstwert

Erzeugung $r = \frac{a}{n}$ $k = \text{ceilung}(\frac{1}{r})$ $r := r - \frac{1}{k}$
Sicher $\text{Stam}(a, n)$ \uparrow $\text{Wdh. solange } r > 0$