

Ägyptische Division

20.11.2016

9 Scheffel Korn sollen an 13 Bauern verteilt werden

9:13 "Löffelmethode" Dividend durch Divisor

Vorstellung: verschiedene Maße stehen zur Verfügung

1 Scheffel $\frac{1}{2}$ S. $\frac{1}{4}$ S. $\frac{1}{8}$ S. $\frac{1}{16}$ S. $\frac{1}{32}$ S. $\frac{1}{64}$ S.

Ganz Halb Quart Achtel Klein Mini Winz.

Divisor

Zusammen

Rest bis 9

	1	13				
*	2	6	2	6	2	2
	4	3	4			
*	8	1	2	8	8	2
*	16	2	4	16	8	2
	32	4	8	32		
	64	8	16	64		

Frage: passt das in den Dividenten?
 Querstrich über der Zahl bedeutet "1 durch die Zahl"

ja, Rest bis Dividend
 Linke Spalte: Zahl verdoppeln, also: durch zwei teilen.
 Rechte Spalte: Zahl halbieren.

passt nicht mehr

passt noch zusammen bisher

Rest noch bis Dividend

das bleibt übrig. Weiteres Verteilen lohnt nicht.

→ B wenn es doch noch 1/8- und 1/16-Löffel gibt, was bekommt dann jeder?

A kleinere Löffel gibt es nicht
 Jeder Bauer bekommt
 übrig bleibt 1/16

$$\boxed{2 \frac{8}{16} \frac{16}{16} = \frac{9}{13}}$$

Probe bei uns $(\frac{1}{2} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}) \cdot 13 = \frac{13}{16} (8+2+1) = \frac{13 \cdot 11}{16}$

Angabe $\frac{143}{16}$ vorhanden wenn $9 = \frac{144}{16}$

Rest $\frac{1}{16}$
 bleibt unverteilt

Das Scheffelmaß in Deutschland schwankt zw. 23 und 222 L

Ägypten 1 Scheffel = 4,8 L (Lelumen/45) (= Hekat)

Dann ist $\frac{1}{16}$ Scheffel = $\frac{4800 \text{ ml}}{16} = 300 \text{ ml} = 0,3 \text{ L}$

So viel blieb also übrig.

4000 j. Algebra / 15

2

A36 aus Papyrus Rhind

Berechne

$$\frac{30}{106}$$

Fall: Dividend < Divisor
Bruch also kleiner 1

Phase 1

$$\begin{array}{r} 1 \quad 106 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 2 \quad 53 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 4 \quad 26\bar{2} \end{array}$$

Teilen durch 2 bis rechts kleiner als Dividend

Rest 30 bis Stähler * setzen

Phase 2

$$\begin{array}{r} 106 \quad 1 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 53 \quad 2 \end{array}$$

Rest 32 Rest bis Dividend

Auf beiden Seiten verdoppeln linke Zahl also halbieren!!! ungerade s.u.

bis ganzer Anteil des Restes darstellbar * setzen

Phase 3

$$\begin{array}{r} 106 \quad 1 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 212 \quad 2 \end{array}$$

Auf beiden Seiten halbieren

bis letzter Teil des Restes erhalten. * setzen

So dass der ganz Rest kombiniert werden kann

* nehmen links

$$\frac{30}{106} = \frac{1}{4} + \frac{1}{106} + \frac{1}{53} + \frac{1}{212}$$

Probe bei uns

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{106} + \frac{1}{53} + \frac{1}{212} = \frac{53 + 2 + 4 + 1}{212} = \frac{60}{212} = \frac{30}{106}$$

So umgekehrt steht es da.

Gekürzte Aufgabe

$$\frac{15}{53}$$

ergibt denselbe

$$\begin{array}{r} 1 \quad 53 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 2 \quad 26\bar{2} \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 4 \quad 13\bar{4} \end{array} \quad \text{L15 Rest } 1\bar{2}\bar{4}$$

$$\begin{array}{r} 53 \quad 1 \\ \hline 53 \quad 1 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 106 \quad 2 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 212 \quad 4 \end{array}$$

Fall: Dividend > Divisor, Bruch > 1

$$\begin{array}{r} 878 \\ \hline 106 \end{array} \quad \text{Vorphase} \quad \begin{array}{r} 1 \quad 106 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 2 \quad 212 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 4 \quad 424 \\ \cdot 2 \downarrow \\ \hline 8 \quad 848 \end{array}$$

alle nehmen mit Summe 878

beide Seiten verdoppeln bis Ergebnis kleiner als Dividend

* setzen also mit der rechten Seite den Dividenden additiv zusammensetzen.

$$\frac{15}{53} = \frac{1}{4} + \frac{1}{53} + \frac{1}{106} + \frac{1}{212}$$

$$\frac{878}{106} = 8 \text{ Rest } 30 = 8 + \frac{30}{106}$$

Parallele Aufgabe zu 436

③

$$\boxed{\frac{25}{87}}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 87 \\ \underline{2} \quad 43 \bar{2} \\ 4 \quad 21 \bar{2} \bar{4} \end{array} \quad \downarrow \text{:2}$$

Phase 1

Rest 25 Rest 3 4

Phase 2:

$$\begin{array}{r} \times \quad \bar{87} \quad 1 \\ \downarrow \quad \underline{2 \cdot \bar{87}} \\ \vee \quad 58 \quad 174 \quad 2 \end{array}$$

Tritt in Phase 2 links eine ungerade Zahl auf, verwenden die Ägypter die Tabelle des Ahmed.

$$\frac{2}{87} = 58 \frac{174}{87}$$

sie enthält das Doppelte aller Stammbrüche bis 99

Tabelle des Ahmed

Phase 2

$$\begin{array}{r} \bar{87} \quad 1 \\ \underline{174} \quad \bar{2} \\ \times \quad \underline{348} \quad \bar{4} \end{array}$$

Divisor // 1 beide Seiten halbieren

Phase 3

TI Stamm(25, 87)
 $\bar{4} \quad \bar{2} \quad \bar{3132}$

$$\boxed{\frac{25}{87} = \bar{4} \quad \bar{87} \quad \bar{58} \quad \bar{174} \quad \bar{348}}$$

Probe $\frac{1}{4} + \frac{1}{87} + \frac{1}{58} + \frac{1}{174} + \frac{1}{348}$

$$= \frac{87 + 4 + 6 + 2 + 1}{348} = \frac{100}{348} = \frac{25}{87}$$

alternativ

Phase 1 weiter, dann

Phase 2 mit kommt.

$$\begin{array}{r} \times \quad \bar{4} \quad 21 \bar{2} \bar{4} \\ \bar{8} \quad 10 \bar{2} \bar{4} \bar{8} \\ \bar{16} \quad 5 \bar{4} \bar{8} \bar{16} \\ \times \quad \bar{32} \quad 2 \bar{2} \bar{8} \bar{16} \bar{32} \end{array}$$

* setzen so lange auf beiden Seiten halbieren bist man den Dividenden knapp additiv kombinieren kann. Den Rest bestimmt man durch Ergänzen.

Summe $23 + 1 \quad \bar{4} \quad \bar{8} \quad \bar{16} \quad \bar{32} = 24 \quad \bar{4} \quad \bar{8} \quad \bar{16} \quad \bar{32}$

$$\begin{array}{r} \bar{87} \quad 1 \\ \underline{174} \quad \bar{2} \\ \underline{348} \quad \bar{4} \\ \underline{696} \quad \bar{8} \\ 1392 \quad \bar{16} \end{array}$$

Rest $\bar{2} \quad \bar{32}$
 $\rightarrow 2784 \quad \bar{32}$

$$\boxed{\frac{25}{87} = \bar{4} \quad \bar{32} \quad \bar{174} \quad \bar{2784}}$$

$$\frac{4}{4} + \frac{1}{32} + \frac{1}{174} + \frac{1}{2784} = \frac{696 + 87 + 16 + 1}{2784} = \frac{800}{2784} = \frac{25}{87}$$

$$\boxed{\frac{59}{88}}$$

$$\begin{array}{r} 1 \quad 88 \\ \times \quad 2 \quad 44 \\ \hline \quad 4 \quad 22 \\ \times \quad 8 \quad 11 \\ \hline \quad 16 \quad 52 \\ \times \quad 32 \quad 224 \\ \hline \end{array}$$

Phase 1

4

Komplex

Summe 5724

Rest 14

weil der Rest nicht mehrere Ganze enthält.

Phase 2 unmöglich

$$\begin{array}{r} \times \quad 88 \quad 1 \\ \times \quad 176 \quad 2 \\ \times \quad 352 \quad 4 \end{array}$$

Phase 3

* setzen
So dass der ganz Rest kombiniert werden kann

$$\frac{59}{88} = \frac{2}{8} + \frac{3}{32} + \frac{8}{88} + \frac{3}{352}$$

Probe $\frac{16+4+1}{32} + \frac{4+1}{352} = \frac{21}{32} + \frac{5}{352} = \frac{59}{88}$

~~Etwas anders:~~

$$\begin{array}{r} 1 \quad 88 \\ \times \quad 2 \quad 44 \\ \hline \end{array}$$

Phase 1

Rest 15

$$\begin{array}{r} \times \quad 88 \quad 1 \\ \times \quad 44 \quad 2 \\ \times \quad 22 \quad 4 \\ \times \quad 11 \quad 8 \end{array}$$

Phase 2

Summe 15

Phase 3 unmöglich

$$\frac{59}{88} = \frac{4}{88} + \frac{1}{44} + \frac{2}{22} + \frac{1}{11}$$

Merke: Die Stammbruchzerlegung ist nicht eindeutig.

Probe $\frac{44+1+2+8}{88} = \frac{59}{88}$

π Stam(59, 88) $\frac{2}{6} + \frac{2}{64}$