

Mathematik hat Geschichte

Teil 4

Ägypter

Cheops-Pyramide
150 m hoch
2 000 000 Blöcke zu je 2,5 Tonnen



Lehmann S. 38

Prof. Dr. Dörte Haftendorf Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 1

Cheops-Pyramide	
ursprüngliche Seitenlänge	230 m
heutige Seitenlänge	227 m
ursprüngliche Höhe	146 m
heutige Höhe	137 m
ursprüngliche Größe der Grundfläche	53 000 m ²
ursprüngliches Volumen	2 570 000 m ³
errechnete Masse (Gesteinsdichte 2,5 g/cm ³)	6 250 000 t

Der Tangens des Winkels, den eine Seitenkante der Chephrenpyramide mit der Diagonale der Grundfläche bildet, wurde von den Ägyptern mit 0,9 berechnet (Grundkante 215 m, Höhe 144 m). Trifft das zu?

Prof. Dr. Dörte Haftendorf Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 2

3.1 Mathematik im alten Ägypten 109



Abb. 3.1.5 Stein von Rosetta (Kopie im Römer- und Pelizaeus-Museum Hildesheim), eingefügt Briefmarke mit Champollion (Ägypten 1972), [Foto Wesemüller-Kock]

Jean-Francois Champillon entzifferte 1822 die Hieroglyphen

Prof. Dr. Dörte Haftendorf Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 3

Napoleon wollte 1799 Ägypten erobern.

1799 wurde im Nildelta nahe der Stadt Rosetta (Ar Rasid) Eine Stein gefunden, mit hieroglyphischer, demotischer und griechischer Schrift.



Prof. Dr. Dörte Haftendorf Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 4

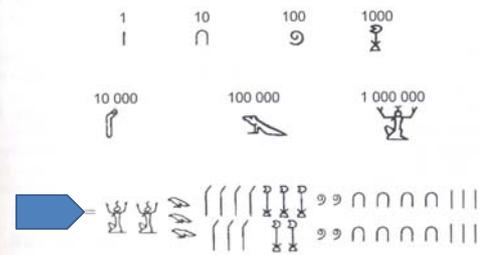
3.1 Mathematik im alten Ägypten 115



Abb. 3.1.10 Zahlzeichen für Angaben von Mengen in Rezepturen (Relief im Laborraum des Horus-Tempels von Edfu) [Foto Wesemüller-Kock]

Prof. Dr. Dörte Haftendorf Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 5

Die Zahlen wurden durch Reihung gebildet. Das Zeichen für 100 stellt eine Messleine dar, das für 1000 eine Lotosblume, das für 10 000 einen Schilfkolben (oder Finger), das für 100 000 eine Kaulquappe. Das Zeichen für 10⁶ stellt (vermutlich) den ägyptischen Gott des Luftraumes dar. Ursprünglich wurden die Zahlen durch Reihung der Individualzeichen gebildet, z. B.



Prof. Dr. Dörte Haftendorf Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 6

Die Zahlen wurden durch Reihung gebildet. Das Zeichen für 100 stellt eine Messleine dar, das für 1000 eine Lotosblume, das für 10 000 einen Schiffkolben (oder Finger), das für 100 000 eine Kaulquappe. Das Zeichen für 10^6 stellt (vermutlich) den ägyptischen Gott des Luftraumes dar.

Ursprünglich wurden die Zahlen durch Reihung der Individualzeichen gebildet, z. B.

1	10	100	1000
	∩	⊙	☐
10 000	100 000	1 000 000	
☐	☐	☐	

2375486 =

Zahlzeichen seit mindestens 3000 v. Chr.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 7

Bild 13
Ägyptische Zahlzeichen am Karnak-Tempel in Luxor
Foto: E. Nöthmann, Stuttgart

Zahlze
Prof. I
[mathematik-verstehen.de](http://www.mathematik-verstehen.de) Folie 8

Bild 16
Ein Stück des Papyrus Rhind
Rhind. Das Bild zeigt Aufgaben über Dreiecksberechnungen.
Mit freundlicher Genehmigung des Britischen Museums, London

Papyrus Rhind
Geschrieben
Von Ahmes
1650 v.Chr.
Nach einer Vorlage
200 Jahre älter.

Gefunden 1858
Schotte
A.H. Rhind

Prof. Dr. Dörte Haftendorn Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 9

Papyrus Rhind
Geschrieben
Von Ahmes
1650 v.Chr.

Mathematisches
Handbuch

Prof. Dr. Dörte H.

Abb. 3.1.9 Ägyptischer Schreiber (Skulptur im Ägyptischen Museum, Kairo)
[Foto Wesenmüller-Kock]

Prof. Dr. Dörte Haftendorn Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 11

Multiplikation

Ägyptisches Rechnen Haftendorn 2009 und 2011

413	12	413
826	24	0 26
1239	48	1 48
1652	96	1 96
2065	192	1 192
2478	384	0 384
2891	768	0 768
3304	1536	1 1536
3717	3072	1 3072
4130	6144	1 6144
4543	12288	1 12288
4956	24576	1 24576
5369	49152	1 49152
5782	98304	1 98304
6195	196608	1 196608
6608	393216	1 393216
7021	786432	1 786432
7434	1572864	1 1572864
7847	3145728	1 3145728
8260	6291456	1 6291456
8673	12582912	1 12582912
9086	25165824	1 25165824
9499	50331648	1 50331648
9912	100663296	1 100663296
10325	201326592	1 201326592
10738	402653184	1 402653184
11151	805306368	1 805306368
11564	1610612736	1 1610612736
11977	3221225472	1 3221225472
12390	6442450944	1 6442450944
12803	12884901888	1 12884901888
13216	25769803776	1 25769803776
13629	51539607552	1 51539607552
14042	103079215104	1 103079215104
14455	206158430208	1 206158430208
14868	412316860416	1 412316860416
15281	824633720832	1 824633720832
15694	1649267441664	1 1649267441664
16107	3298534883328	1 3298534883328
16520	6597069766656	1 6597069766656
16933	13194139533312	1 13194139533312
17346	26388279066624	1 26388279066624
17759	52776558133248	1 52776558133248
18172	105553116266496	1 105553116266496
18585	211106232532992	1 211106232532992
19000	422212465065984	1 422212465065984
19415	844424930131968	1 844424930131968
19830	1688849860263936	1 1688849860263936
20245	3377699720527872	1 3377699720527872
20660	6755399441055744	1 6755399441055744
21075	13510798882111488	1 13510798882111488
21490	27021597764222976	1 27021597764222976
21905	54043195528445952	1 54043195528445952
22320	108086391056891904	1 108086391056891904
22735	216172782113783808	1 216172782113783808
23150	432345564227567616	1 432345564227567616
23565	864691128455135232	1 864691128455135232
23980	1729382256910270464	1 1729382256910270464
24395	3458764513820540928	1 3458764513820540928
24810	6917529027641081856	1 6917529027641081856
25225	13835058055282163712	1 13835058055282163712
25640	27670116110564327424	1 27670116110564327424
26055	55340232221128654848	1 55340232221128654848
26470	110680464422257309696	1 110680464422257309696
26885	221360928844514619392	1 221360928844514619392
27300	442721857689029238784	1 442721857689029238784
27715	885443715378058477568	1 885443715378058477568
28130	1770887430756116955136	1 1770887430756116955136
28545	3541774861512233910272	1 3541774861512233910272
28960	7083549723024467820544	1 7083549723024467820544
29375	14167099446048935641088	1 14167099446048935641088
29790	28334198892097871282176	1 28334198892097871282176
30205	56668397784195742564352	1 56668397784195742564352
30620	113336795568391485128704	1 113336795568391485128704
31035	226673591136782970257408	1 226673591136782970257408
31450	453347182273565940514816	1 453347182273565940514816
31865	906694364547131881029632	1 906694364547131881029632
32280	1813388729094263762059264	1 1813388729094263762059264
32695	3626777458188527524118528	1 3626777458188527524118528
33110	7253554916377055048237056	1 7253554916377055048237056
33525	14507109832754110096474112	1 14507109832754110096474112
33940	29014219665508220192948224	1 29014219665508220192948224
34355	58028439331016440385896448	1 58028439331016440385896448
34770	116056878662032880771792896	1 116056878662032880771792896
35185	232113757324065761543585792	1 232113757324065761543585792
35600	464227514648131523087171584	1 464227514648131523087171584
36015	928455029296263046174343168	1 928455029296263046174343168
36430	1856910058592526092348686336	1 1856910058592526092348686336
36845	3713820117185052184697372672	1 3713820117185052184697372672
37260	7427640234370104369394745344	1 7427640234370104369394745344
37675	14855280468740208738789490688	1 14855280468740208738789490688
38090	29710560937480417477578981376	1 29710560937480417477578981376
38505	59421121874960834955157962752	1 59421121874960834955157962752
38920	118842243749921669910315925504	1 118842243749921669910315925504
39335	237684487499843339820631851008	1 237684487499843339820631851008
39750	475368974999686679641263702016	1 475368974999686679641263702016
40165	950737949999373359282527404032	1 950737949999373359282527404032
40580	1901475899998746718565054808064	1 1901475899998746718565054808064
40995	3802951799997493437130109616128	1 3802951799997493437130109616128
41410	7605903599994986874260219232256	1 7605903599994986874260219232256
41825	15211807199989937748520438464512	1 15211807199989937748520438464512
42240	30423614399979875497040876929024	1 30423614399979875497040876929024
42655	60847228799959750994081753858048	1 60847228799959750994081753858048
43070	121694457599919501988163507716096	1 121694457599919501988163507716096
43485	243388915199839003976327015432192	1 243388915199839003976327015432192
43900	486777830399678007952654030864384	1 486777830399678007952654030864384
44315	973555660799356015905308061728768	1 973555660799356015905308061728768
44730	1947111321598712031810616123457536	1 1947111321598712031810616123457536
45145	3894222643197424063621232246915072	1 3894222643197424063621232246915072
45560	7788445286394848127242464493830144	1 7788445286394848127242464493830144
45975	15576890572789696254484928987660288	1 15576890572789696254484928987660288
46390	31153781145579392508969857975320576	1 31153781145579392508969857975320576
46805	62307562291158785017939715950641152	1 62307562291158785017939715950641152
47220	124615124582317570035879431901282304	1 124615124582317570035879431901282304
47635	249230249164635140071758863802564608	1 249230249164635140071758863802564608
48050	498460498329270280143517727605129216	1 498460498329270280143517727605129216
48465	996920996658540560287035455210258432	1 996920996658540560287035455210258432
48880	1993841993317081120574070910420516864	1 1993841993317081120574070910420516864
49295	3987683986634162241148141820841033728	1 3987683986634162241148141820841033728
49710	7975367973268324482296283641682067456	1 7975367973268324482296283641682067456
50125	15950735946536648964592567283364134912	1 15950735946536648964592567283364134912
50540	31901471893073297929185134566728268824	1 31901471893073297929185134566728268824
50955	63802943786146595858370269133456537648	1 63802943786146595858370269133456537648
51370	127605887572293191716740538266913075296	1 127605887572293191716740538266913075296
51785	255211775144586383433481076533826150592	1 255211775144586383433481076533826150592
52200	510423550289172766866962153067652301184	1 510423550289172766866962153067652301184
52615	1020847100578345533733924306135304602368	1 1020847100578345533733924306135304602368
53030	2041694201156691067467848612270609204736	1 2041694201156691067467848612270609204736
53445	4083388402313382134935697224541218409472	1 4083388402313382134935697224541218409472
53860	8166776804626764269871394449082436818944	1 8166776804626764269871394449082436818944
54275	16333553609253528539742788898164873637888	1 16333553609253528539742788898164873637888
54690	32667107218507057079485577796329746755776	1 32667107218507057079485577796329746755776
55105	65334214437014114158971155592659493511552	1 65334214437014114158971155592659493511552
55520	130668428874028228317942311185318987023104	1 130668428874028228317942311185318987023104
55935	261336857748056456635884622370637974046208	1 261336857748056456635884622370637974046208
56350	522673715496112913271769244741275948092416	1 522673715496112913271769244741275948092416
56765	1045347430992225826543538489482551936184832	1 1045347430992225826543538489482551936184832
57180	2090694861984451653087076978965103872369664	1 2090694861984451653087076978965103872369664
57595	4181389723968903306174153957930207744739328	1 4181389723968903306174153957930207744739328
58010	836277944793780661234830791586041549477856	1 836277944793780661234830791586041549477856
58425	1672555889587561322469661583172083098955712	1 1672555889587561322469661583172083098955712
58840	3345111779175122644939323166344166197911424	1 3345111779175122644939323166344166197911424
59255	6690223558350245289878646332688332395822848	1 6690223558350245289878646332688332395822848
59670	13380447116700490579757292665376664791645696	

Stammbrüche, Tabelle des Ahmed aus dem Papyrus Rhind

Die Tabelle des Ahmed

$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$	$\frac{2}{51} = \frac{1}{34} + \frac{1}{102}$
$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$	$\frac{2}{53} = \frac{1}{30} + \frac{1}{318} + \frac{1}{795}$
$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$	$\frac{2}{55} = \frac{1}{30} + \frac{1}{330}$
$\frac{2}{9} = \frac{1}{6} + \frac{1}{18} + \frac{1}{54}$	$\frac{2}{57} = \frac{1}{38} + \frac{1}{114}$
$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$	$\frac{2}{59} = \frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$
	$\frac{2}{61} = \frac{1}{40} + \frac{1}{244} + \frac{1}{448} + \frac{1}{610}$

Grundideen für Stammbrüche

Also reicht es $\frac{2}{n}$ mit n ungerade zu betrachten.
 Dann ist eine mögliche Stammbruchzerlegung
 $\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n+1}{2} \cdot n}$ ungerade

Grundideen für Stammbrüche

Also reicht es $\frac{2}{n}$ mit n ungerade zu betrachten.
 Dann ist eine mögliche Stammbruchzerlegung
 $\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n+1}{2} \cdot n}$ ungerade
 Beweis n ungerade $\Rightarrow \frac{n+1}{2}$ ist gerade
 $\frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n+1}{2} \cdot n} = \frac{(n+1) \cdot 2}{(n+1) \cdot n} = \frac{2}{n}$ qed.

Division

Ägyptische Division $\sqrt{204}$ (Hafendorn)
 111 3 Scheffel, sollen an 13 Bauern verteilt werden.
 9:13 "Löffelmethode"
 Vorbildung: Verschiede Maße
 Neben zur Verfügung
 1 Scheffel $\frac{1}{2}$ S. $\frac{1}{4}$ S. $\frac{1}{8}$ S. $\frac{1}{16}$ S. $\frac{1}{32}$ S. $\frac{1}{64}$ S.

ganze	Half	Quart	Achtel	Sechsz.	Wenig	Wenig
1	13					
x 2	6 2	6 2	2 2			
x 4	3 4					
x 8	1 2 8	8 8	2 4 8			
x 16	2 4 16	8 2 4 16	16			

20

Das Bild 48 (Papyrus Rhind Nr. 48) zeigt die Berechnung des Inhaltes eines zylindrischen Kornspeichers mit einem Durchmesser von 9 (Einheiten) und einer Höhe von 10 (Einheiten) (s. a. Bemerkung zu Aufgabe 12). Dazu wird gesagt:

»Nimm $\frac{1}{9}$ von 9 weg, das ist 1; es bleibt 8; multipliziere diese Zahl mit sich selbst, das gibt 64; multipliziere 64 mit 10, das gibt 640.«

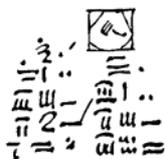


Bild 48

Zylinderberechnung

20

Das Bild 48 (Papyrus Rhind Nr. 48) zeigt die Berechnung des Inhaltes eines zylindrischen Kornspeichers mit einem Durchmesser von 9 (Einheiten) und einer Höhe von 10 (Einheiten) (s. a. Bemerkung zu Aufgabe 12). Dazu wird gesagt:

»Nimm $\frac{1}{9}$ von 9 weg, das ist 1; es bleibt 8; multipliziere diese Zahl mit sich selbst, das gibt 64; multipliziere 64 mit 10, das gibt 640.«

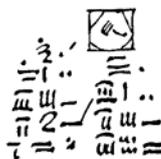
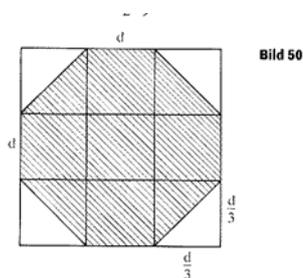


Bild 48

Zylinderberechnung

Kreisberechnung



Prof. Dr. Dörte Haftendorn Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 19

Kreisberechnung

20

a) Das Volumen des Zylinders erhält man mit $d = 9 \overline{\text{LE}}$ und $h = 10 \overline{\text{LE}}$ aus $V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 81 \cdot 10}{4} \overline{\text{LE}}^3 \approx 636 \overline{\text{LE}}^3$.

b) Die Fläche des Achtecks beträgt mit $d = 9 \overline{\text{LE}}$

$$A = \left(d^2 - \frac{2}{9} d^2 \right) = \frac{7}{9} d^2 = \frac{7}{9} \cdot 9^2 \overline{\text{LE}}^2 = 63 \overline{\text{LE}}^2.$$

$$\frac{\pi d^2}{4} : \frac{7}{9} d^2 = 100 : p; \quad p = \frac{28}{9\pi} \approx 99.$$

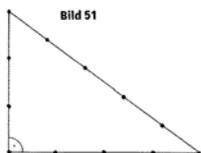
Das Ergebnis weicht etwa 1% vom wahren Wert ab. ($\overline{\text{LE}}$ bedeutet hier »Längeneinheit«).

Prof. Dr. Dörte Haftendorn Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 20

Pythagoräisches Tripel

21

Beruf des Seilspanners. Zur Vermessung der alljährlich vom Nil überschwemmten Gebiete steckten die alten Ägypter Dreiecke mit rechten Winkeln ab. Ihr Verfahren war sehr einfach. In ein längeres Seil wurden in gleichen Abständen 13 Knoten geschlagen, so daß 12 gleich lange Seilstrecken entstanden. Der 1. und 13. Knoten



Prof. Dr. Dörte Haftendorn Leuphana Universität Lüneburg www.mathematik-verstehen.de Folie 21