𝔐𝔞𝔱𝔥𝔢𝔪𝔞𝔱𝔦𝔨 𝔥𝔞𝔱 𝔊𝔢𝔰𝔠𝔥𝔦𝔠𝔥𝔱𝔢

Teil 4

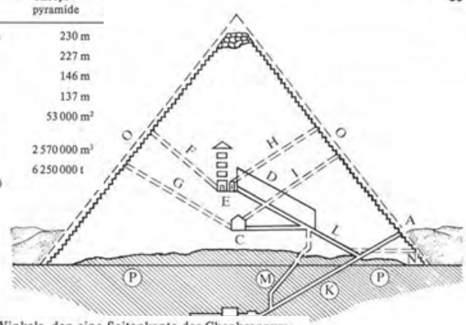
Ägypter

Cheops-Pyramide
150 m hoch
2 000 000 Blöcke zu je 2,5 Tonnen

Lehmann S. 38

39

	Cheops-pyramide
ursprüngliche Seitenlänge	230 m
heutige Seitenlänge	227 m
ursprüngliche Höhe	146 m
heutige Höhe	137 m
ursprüngliche Größe der Grundfläche	53 000 m²
ursprüngliches Volumen	2 570 000 m³
errechnete Masse (Gesteinsdichte 2,5 g/cm³)	6 250 000 t



Der Tangens des Winkels, den eine Seitenkante der Chephrenpyramide mit der Diagonale der Grundfläche bildet, wurde von den Ägyptern mit 0,9 berechnet (Grundkante 215 m, Höhe 144 m). Trifft das zu?

3.1 Mathematik im alten Ägypten 109

Abb. 3.1.5 Stein von Rosetta (Kopie im Römer- und Pelizaeus-Museum Hildesheim), eingefügt Briefmarke mit Champollion (Ägypten 1972). [Foto Wesemüller-Kock]

Jean-Francois Champillon entzifferte 1822 die Hieroglyphen

Napoleon wollte 1799 Ägypten erobern.

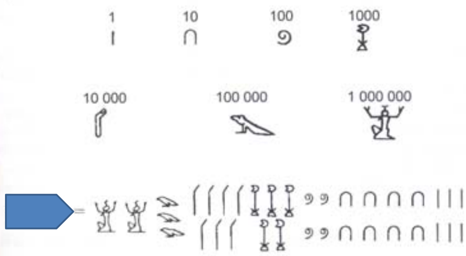
1799 wurde im
Nildelta
nahe der Stadt Rosetta
(Ar Rasid)
Eine Stein gefunden,
mit hieroglyphischer,
demotischer und
griechischer
Schrift.

3.1 Mathematik im alten Ägypten 115

Abb. 3.1.10 Zahlzeichen für Angaben von Mengen in Rezepturen (Relief im Laborraum des Horus-Tempels von Edfu) [Foto Wesemüller-Kock]

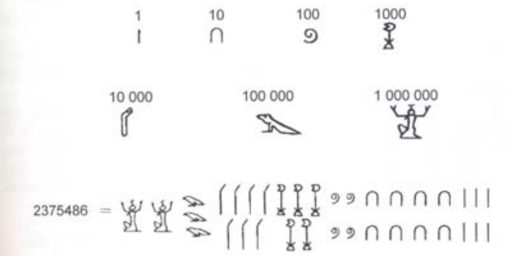
Die Zahlen wurden durch Reihung gebildet. Das Zeichen für 100 stellt eine Messleine dar, das für 1000 eine Lotosblume, das für 10 000 einen Schilfkolben (oder Finger), das für 100 000 eine Kaulquappe. Das Zeichen für 10^6 stellt (vermutlich) den ägyptischen Gott des Luftraumes dar.

Ursprünglich wurden die Zahlen durch Reihung der Individualzeichen gebildet, z. B.



Die Zahlen wurden durch Reihung gebildet. Das Zeichen für 100 stellt eine Messleine dar, das für 1000 eine Lotosblume, das für 10 000 einen Schilfkolben (oder Finger), das für 100 000 eine Kaulquappe. Das Zeichen für 10^6 stellt (vermutlich) den ägyptischen Gott des Luftraumes dar.

Ursprünglich wurden die Zahlen durch Reihung der Individualzeichen gebildet, z. B.



Zahlzeichen seit mindestens 3000 v Chr.

Bild 13
Ägyptische Zahlzeichen am Karnak-Tempel in Luxor
Foto: E. Nehmann, Stuttgart

Zahlze

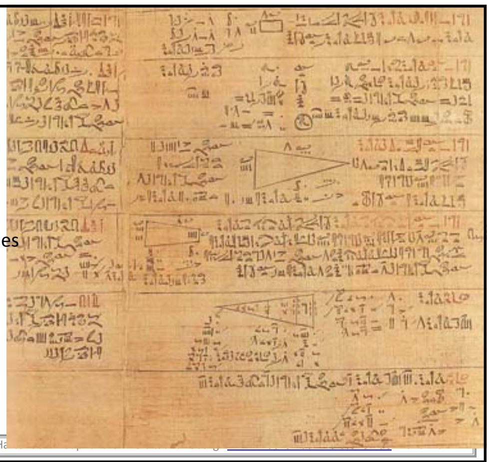
Bild 16
Ein Stück des Papyrus Rhind. Das Bild zeigt Aufgaben über Dreiecksberechnungen.
Mit freundlicher Genehmigung des Britischen Museums, London

Papyrus Rhind
Geschrieben
Von Ahmes
1650 v.Chr.
Nach einer Vorlage
200 Jahre älter.

Gefunden 1858
Schotte
A.H. Rhind

Papyrus Rhind
Geschrieben
Von Ahmes
1650 v.Chr.

Mathematisches
Handbuch



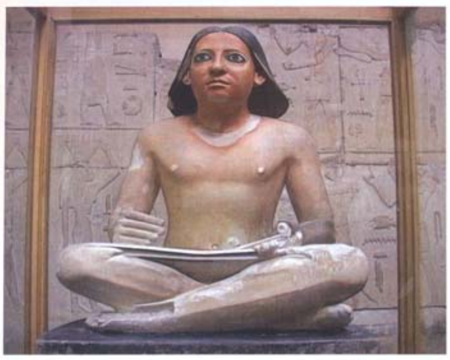


Abb. 3.1.9 Ägyptischer Schreiber (Skulptur im Ägyptischen Museum, Kairo)
[Foto Wesemüller-Kock]

Multiplikation

Ägyptisches Rechnen Haftendorn 2009 und 2011

			413
413	12	1	1
~~206~~	~~24~~	0	~~2~~
103	48	1	4
51	96	1	8
25	192	1	16
~~12~~	~~384~~	0	~~32~~
~~6~~	~~768~~	0	~~64~~
3	1536	1	128
1	3072	1	256
	Σ 4956		413

Bei der ägyptischen Multiplikation wird der 1. Faktor fortgesetzt ohne Rest halbiert, der zweite Faktor wird verdoppelt. Die Zeilen der geraden Zahlen aus der 1. Spalte werden gestrichen, die verbleibenden Zahlen der zweiten Spalte werden addiert. Diese Summe ist das gesuchte Produkt. Diese Handlingsweise eintspricht der Erzeugung des 1. Faktors aus Binärzahl mit der DoubleDaddel−Methode.In der 2. Spalte stehen die 12−fachen der bei 413 verwendente 2−Potenzen 413▸Base2 ▸ 0b110011101 die rechte Ziffer steht also oben.

Stammbrüche, Tabelle des Ahmed aus dem Papyrus Rhind

Die Tabelle des Ahmes

$\frac{2}{3} = \frac{1}{2} + \frac{1}{6}$

$\frac{2}{5} = \frac{1}{3} + \frac{1}{15}$

$\frac{2}{7} = \frac{1}{4} + \frac{1}{28}$

$\frac{2}{9} = \cancel{\frac{1}{16}} + \frac{1}{18}$ $+\frac{1}{6}$

$\frac{2}{11} = \frac{1}{6} + \frac{1}{66}$

$\frac{2}{51} = \frac{1}{34} + \frac{1}{102}$

$\frac{2}{53} = \frac{1}{30} + \frac{1}{318} + \frac{1}{795}$

$\frac{2}{55} = \frac{1}{30} + \frac{1}{330}$

$\frac{2}{57} = \frac{1}{38} + \frac{1}{114}$

$\frac{2}{59} = \frac{1}{36} + \frac{1}{236} + \frac{1}{531}$

$\frac{2}{61} = \frac{1}{40} + \frac{1}{244} + \frac{1}{448} + \frac{1}{610}$

Grundidees für Stammbrüche

Also reicht es $\frac{2}{n}$ mit n ungerade zu betrachten.

Dann ist eine mögliche Stammbruchzerlegung

$\boxed{\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n+1}{2} \cdot n}}$ n ungerade

Grundideen für Stammbrüche

Also reicht es $\frac{2}{n}$ mit n ungerade zu betrachten.

Dann ist eine mögliche Stammbruchzerlegung

$\boxed{\frac{2}{n} = \frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n+1}{2} \cdot n}}$ n ungerade

Beweis n ungerade $\Rightarrow \frac{n+1}{2}$ ist gerade

$\frac{1}{\frac{n+1}{2}} + \frac{1}{\frac{n+1}{2} \cdot n} = \frac{(n+1) \cdot 2}{(n+1) \cdot n} = \frac{2}{n}$ qed.

Division

Ägyptische Division — 2011 Haftendorn (1)

9 Scheffel Korn sollen an 13 Bauern verteilt werden

9 : 13 „Löffelmethode"

Vorstellung: verschiedene Maße stehen zur Verfügung

1 Scheffel, $\frac{1}{2}$ S., $\frac{1}{4}$ S., $\frac{1}{8}$ S., $\frac{1}{16}$ S., $\frac{1}{32}$ S., $\frac{1}{64}$ S

Ganz, Halb, Quart, Achtel, Klein, Mini, Winz.

			Zusammen	Rest bis 9
	1	13		
*	$\bar{2}$	$6\,\bar{2}$	$6\,\bar{2}$	$2\,\bar{2}$
	$\bar{4}$	$3\,\bar{4}$	–	
*	$\bar{8}$	$1\,\bar{2}\,\bar{8}$	$8\,\bar{8}$	$\bar{2}\,\bar{4}\,\bar{8}$
*	$\overline{16}$	$\bar{2}\,\bar{4}\,\overline{16}$	$8\,\bar{2}\,\bar{4}\,\bar{8}\,\overline{16}$	$\overline{16}$

20

Das Bild 48 (Papyrus Rhind Nr. 48) zeigt die Berechnung des Inhaltes eines zylindrischen Kornspeichers mit einem Durchmesser von 9 (Einheiten) und einer Höhe von 10 (Einheiten) (s. a. Bemerkung zu Aufgabe 12). Dazu wird gesagt:

»Nimm $\frac{1}{9}$ von 9 weg, das ist 1; es bleibt 8; multipliziere diese Zahl mit sich selbst, das gibt 64; multipliziere 64 mit 10, das gibt 640.«

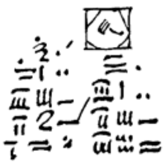


Bild 48

Zylinderberechnung

20

Das Bild 48 (Papyrus Rhind Nr. 48) zeigt die Berechnung des Inhaltes eines zylindrischen Kornspeichers mit einem Durchmesser von 9 (Einheiten) und einer Höhe von 10 (Einheiten) (s. a. Bemerkung zu Aufgabe 12). Dazu wird gesagt:

»Nimm $\frac{1}{9}$ von 9 weg, das ist 1; es bleibt 8; multipliziere diese Zahl mit sich selbst, das gibt 64; multipliziere 64 mit 10, das gibt 640.«

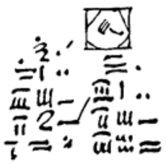


Bild 48

Zylinderberechnung

Kreisberechnung

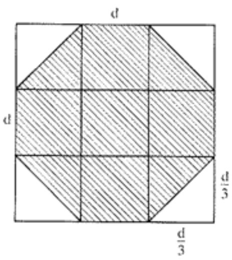


Bild 50

Kreisberechnung

20

a) Das Volumen des Zylinders erhält man mit $d = 9\,\overline{LE}$ und $h = 10\,\overline{LE}$ aus $V = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h = \frac{\pi \cdot 81 \cdot 10}{4}\,\overline{LE}^3 \approx 636\,\overline{LE}^3$.

b) Die Fläche des Achtecks beträgt mit $d = 9\,\overline{LE}$

$$A = \left(d^2 - \frac{2}{9}d^2\right) = \frac{7}{9}d^2 = \frac{7}{9} \cdot 9^2\,\overline{LE}^2 = 63\,\overline{LE}^2.$$

$$\frac{\pi d^2}{4} : \frac{7}{9}d^2 = 100 : p; \quad p = \frac{28}{9\pi} \approx 99.$$

Das Ergebnis weicht etwa 1 % vom wahren Wert ab. ($\overline{LE}$ bedeutet hier »Längeneinheit«).

Pythagoräisches Tripel

21

Beruf des Seilspanners. Zur Vermessung der alljährlich vom Nil überschwemmten Gebiete steckten die alten Ägypter Dreiecke mit rechten Winkeln ab. Ihr Verfahren war sehr einfach. In ein längeres Seil wurden in gleichen Abständen 13 Knoten geschlagen, so daß 12 gleich lange Seilstrecken entstanden. Der 1. und 13. Knoten

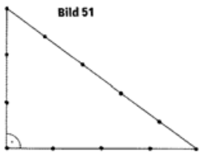


Bild 51