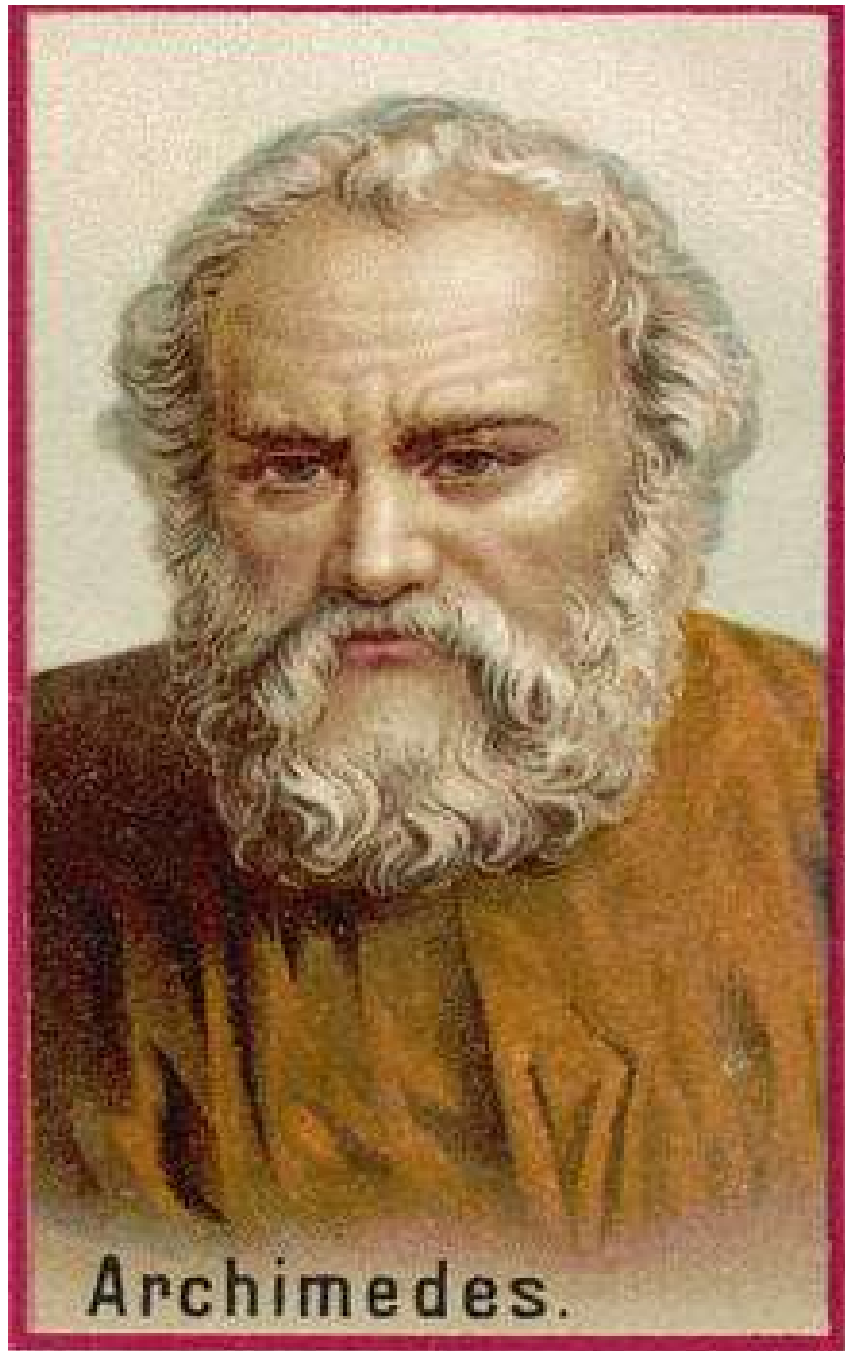




Archimedes

Geschichte der Mathematik

Ausarbeitung der Studentinnen Berlips und Nolte
im Seminar Geschichte der Mathematik
8.12.2008



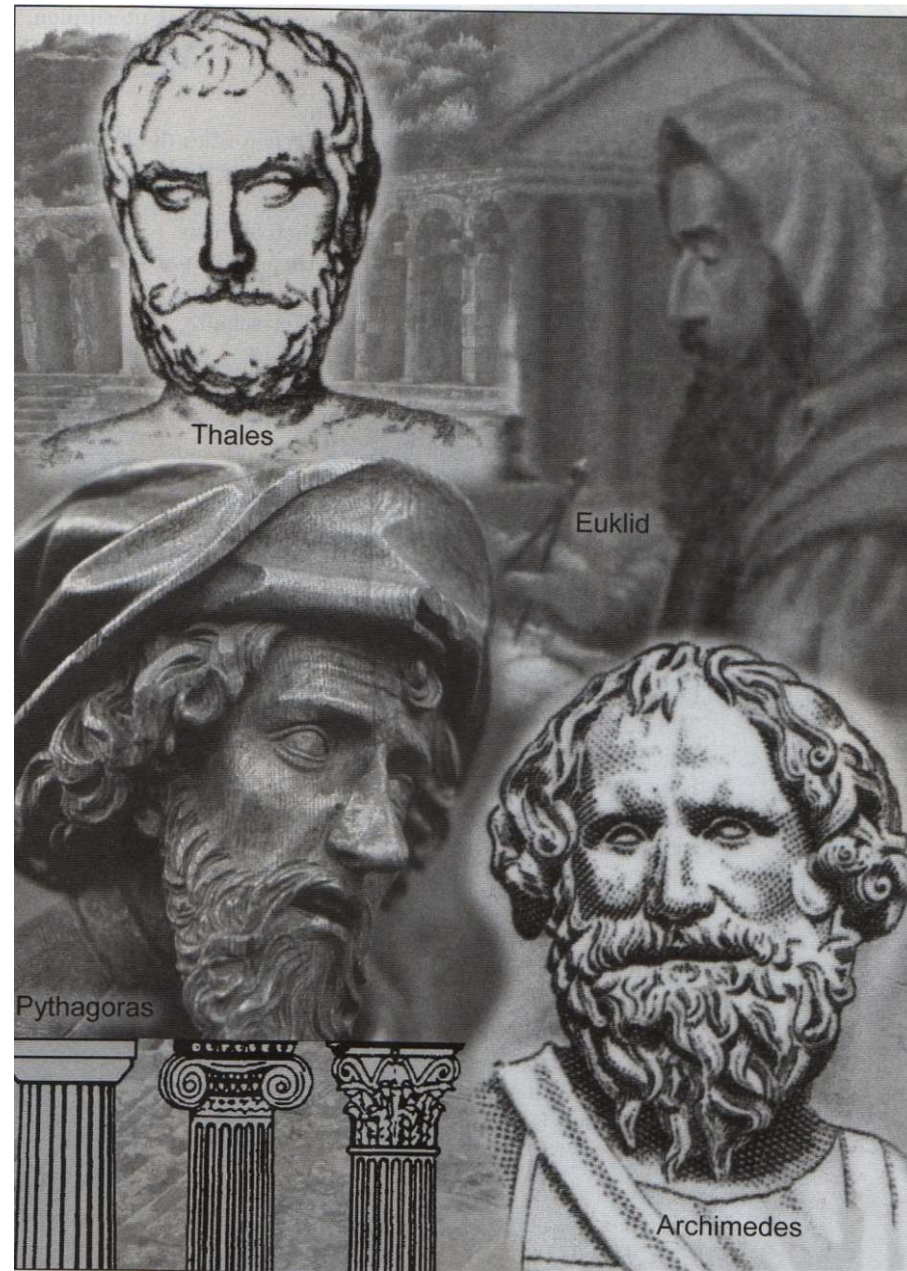
Archimedes von Syrakus (287 ? – 212 v.Chr.)



Gliederung

- Geschichtlicher Hintergrund
- Biographie (I-IV)
- Legende
- Werke und Schriften
- Die Quadratur der Parabel
- Der Kodex des Archimedes
- Aktuelle Bedeutung
- Literatur

Mathematik in griechisch-hellenischer Zeit und Spätantike (ca. 1100 v. Chr. – 1450 n. Chr.)



Antike





Biographie I

- Archimedes von Syrakus (griechische Kolonie auf Sizilien)
- Sohn des Astronomen Pheidias
- Gehört zur Oberschicht von Syrakus
- 2. Punische Krieg (218-202 v. Chr.)
- Rom triumphierte und nahm sämtliche Länder im Mittelmeerraum ein
- Eroberung Syrakus im Jahre 212 v. Chr.

„Hohlspiegel“ (Legende?)





Biographie II

- Entwarf für die Armee von Syrakus technische Waffen/ Kriegsmaschinen (Hohlspiegel, Wurfmaschinen)
- Erst nach 2 Jahren ist Syrakus durch die Römer eingenommen worden
- *LEGENDE über Archimedes Tod:*
- “Man störe meine Kreise nicht“





Biographie III

- LEGENDE:
- Nach J. Tzetes (griechischer Autor, lebte n.Chr.)
- war Archimedes bei seinem Tod 75 Jahre alt.
- 287 ? – 212 v. Chr.



Biographie IV

- Sein Grabmal ist die Abbildung eines Zylinders mit einbeschriebener Kugel, mit einer Inschrift über die größte Entdeckung von Archimedes, nämlich, dass sich deren Volumen wie 3 zu 2 verhält.



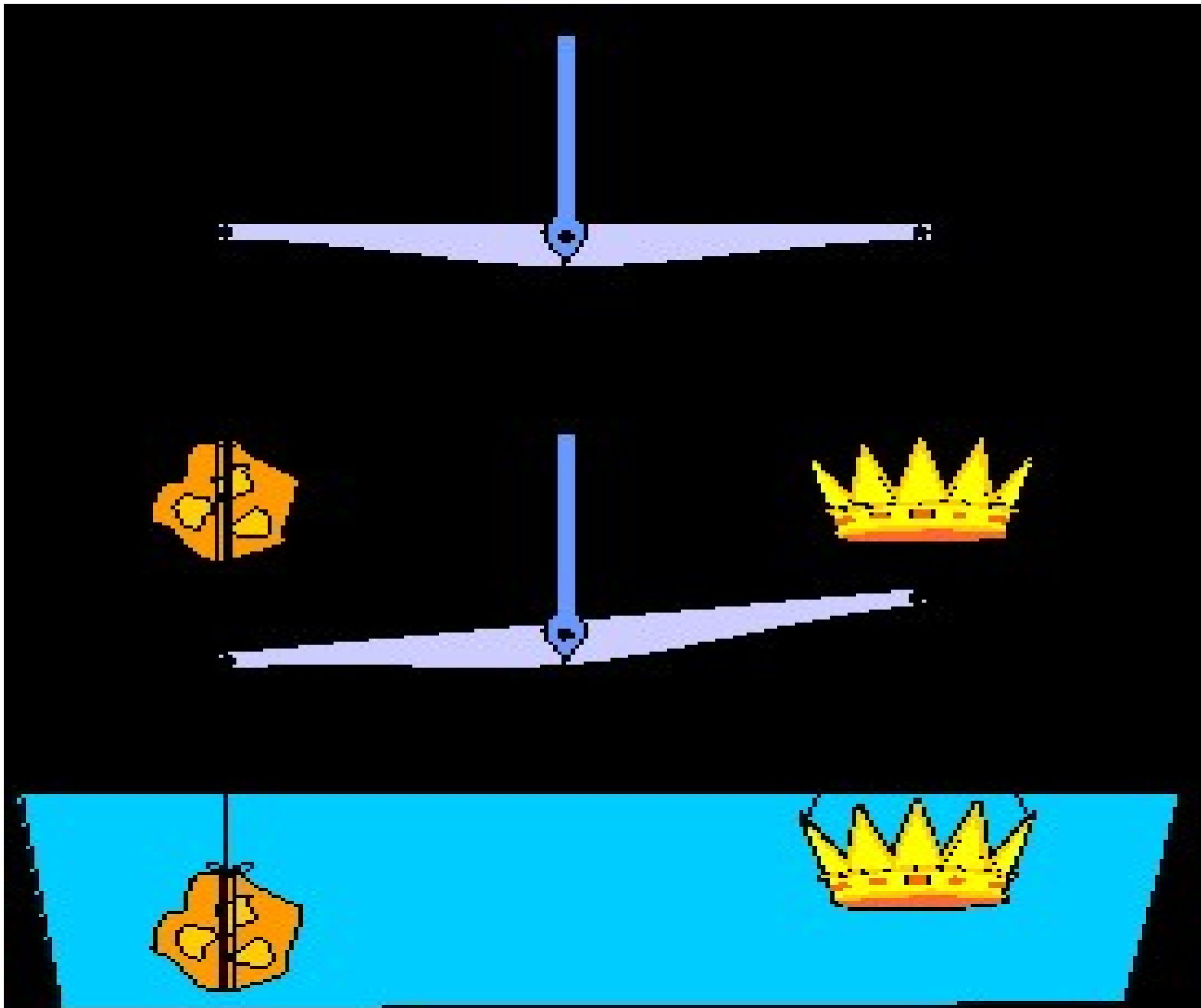


Eine weitere „Legende“

- „Der goldene Weihkranz“
 - König Hieron II wollte dessen Goldgehalt von Archimedes bestimmen lassen.

„Ich habe es gefunden“







Eine weitere „Legende“

- „Der goldene Weihkranz“
 - König Hieron II wollte dessen Goldgehalt von Archimedes bestimmen lassen.
- Ergebnis: die Krone bestand zu einem Großteil aus unedlem Metall, der Goldschmied wurde von König Hieron II zum Tode verurteilt.



Werke und Schriften

- **Parabelquadratur**
- Über Kugel und Zylinder I und II
- Kreismessung
- Über Spiralen
- Über Konoide und Sphäroide bzw. über Paraboloid, Hyperboloide und Ellipsoide
- Über einander berührende Kreise

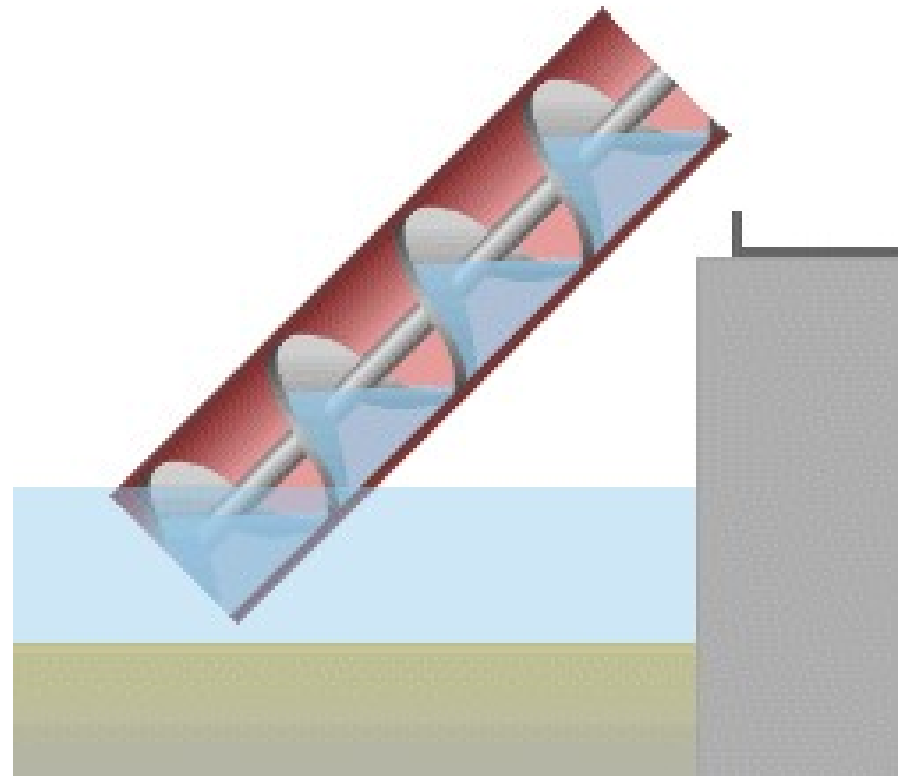
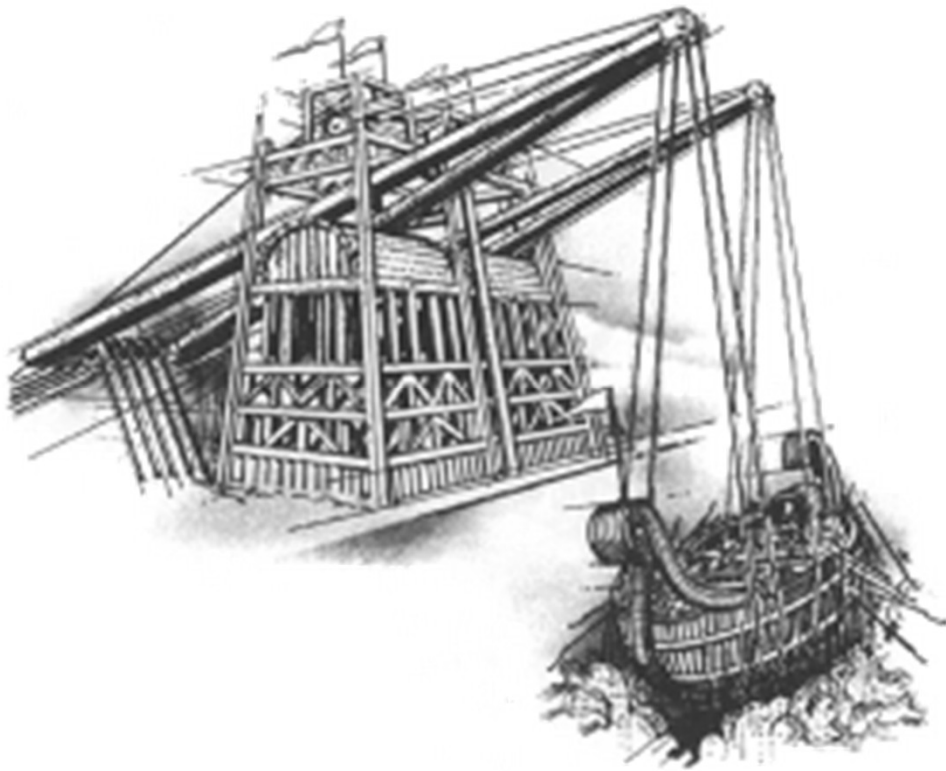


- Die Sandzahl (Zahlensystem zur Basis 108 und astronomische Inhalte)
- Die Benennung der Zahlen (optische Phänomene, „Katoptrik“)

Physikalisch:

- Die Elemente der Mechanik (Über den Schwerpunkt, über Stützen bzw. über Säulen, über Waagen (Wasserschrauben, Flaschenzug))
- Über das Gleichgewicht bzw. den Schwerpunkt von Körpern und über das Gleichgewicht bzw. den Schwerpunkt ebener Flächen I und II
- Über schwimmende Körper I und II

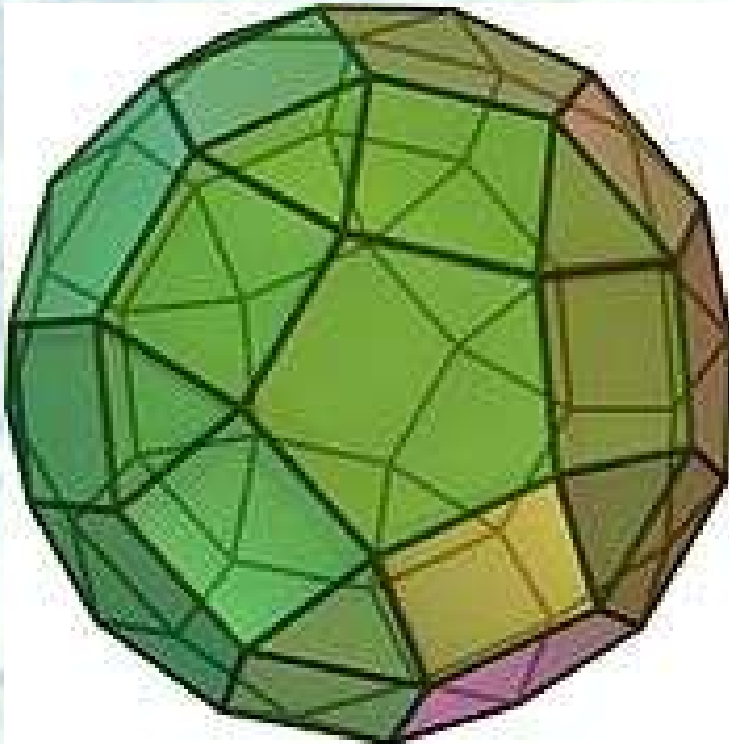
Hebewerk und Wasserspirale



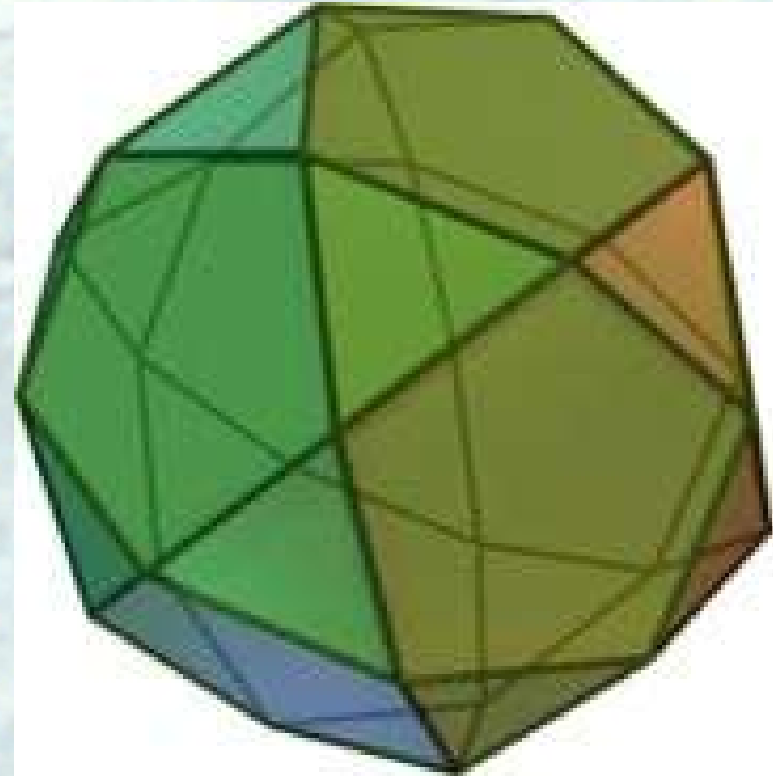


Die Archimedischen Körper

- fastreguläre Körper, die durch reguläre n -Ecke begrenzt sind)
- Rhombenikosidodekaeder / Ikosidodekaeder



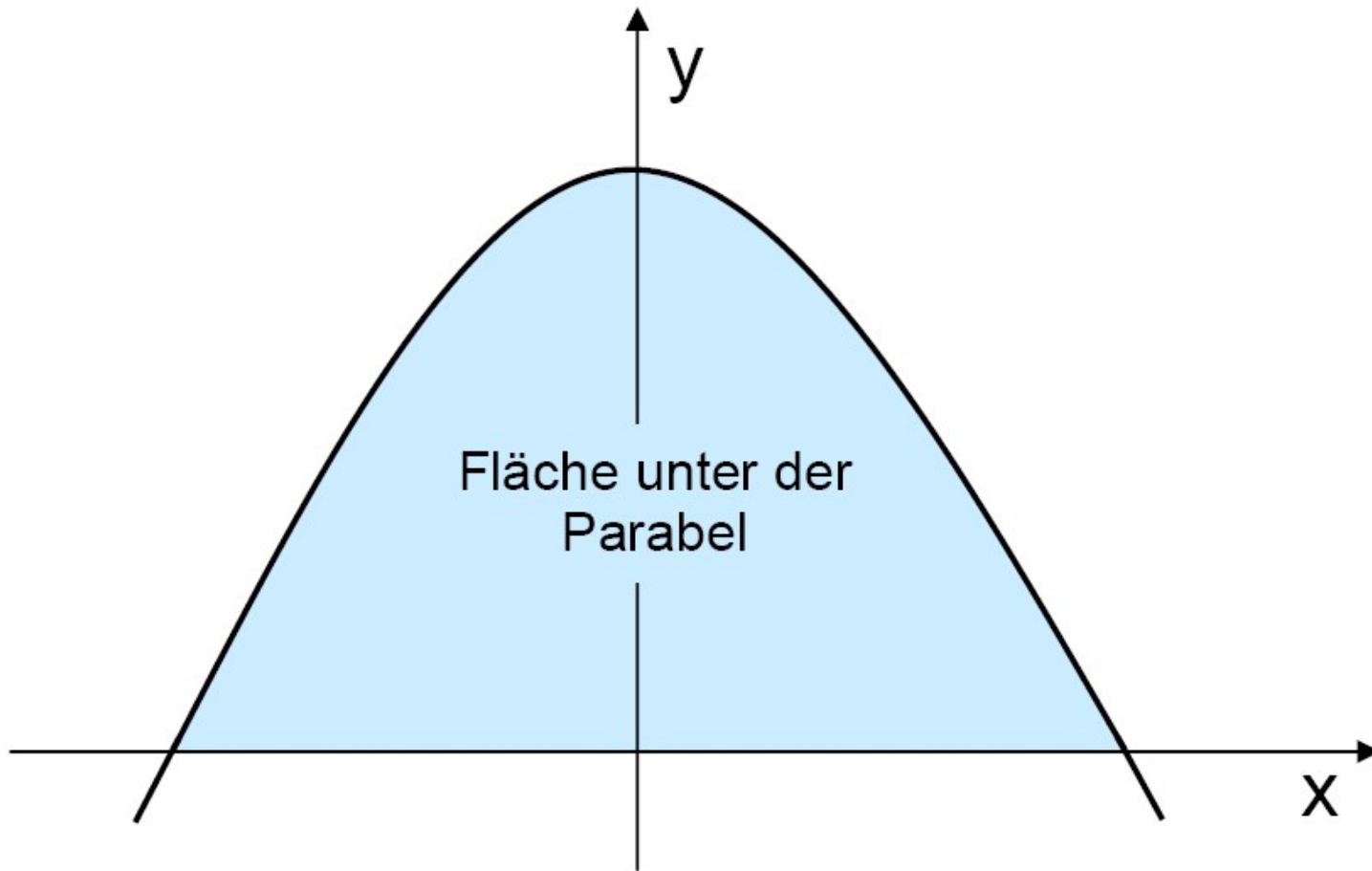
12 Fünfecke, 20 Quadrate



20 Dreieck 12 Fünfecke



Die Quadratur der Parabel





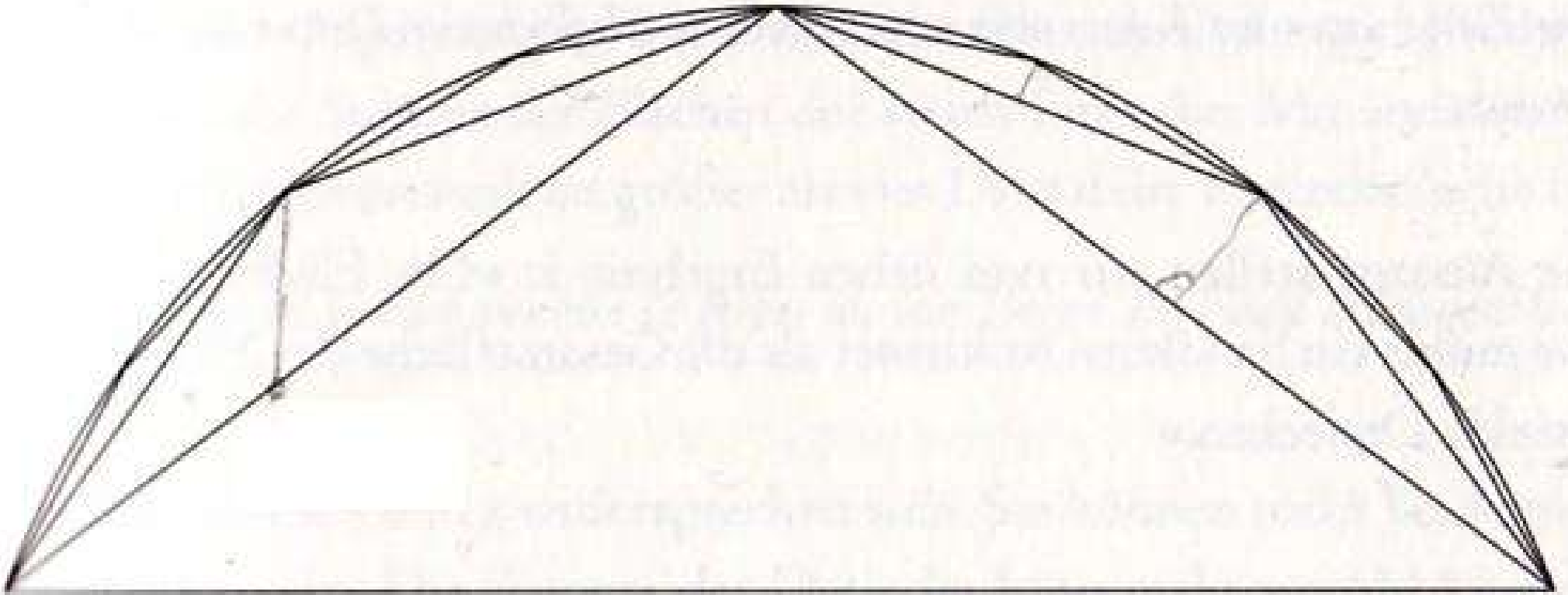
Der Kodex des Archimedes

- *GeoGebra Datei „Der Kodex des Archimedes“*

Konstruktionsfehler im Fachbuch
Achtung: Dreiecksflächenverhältnis!!!

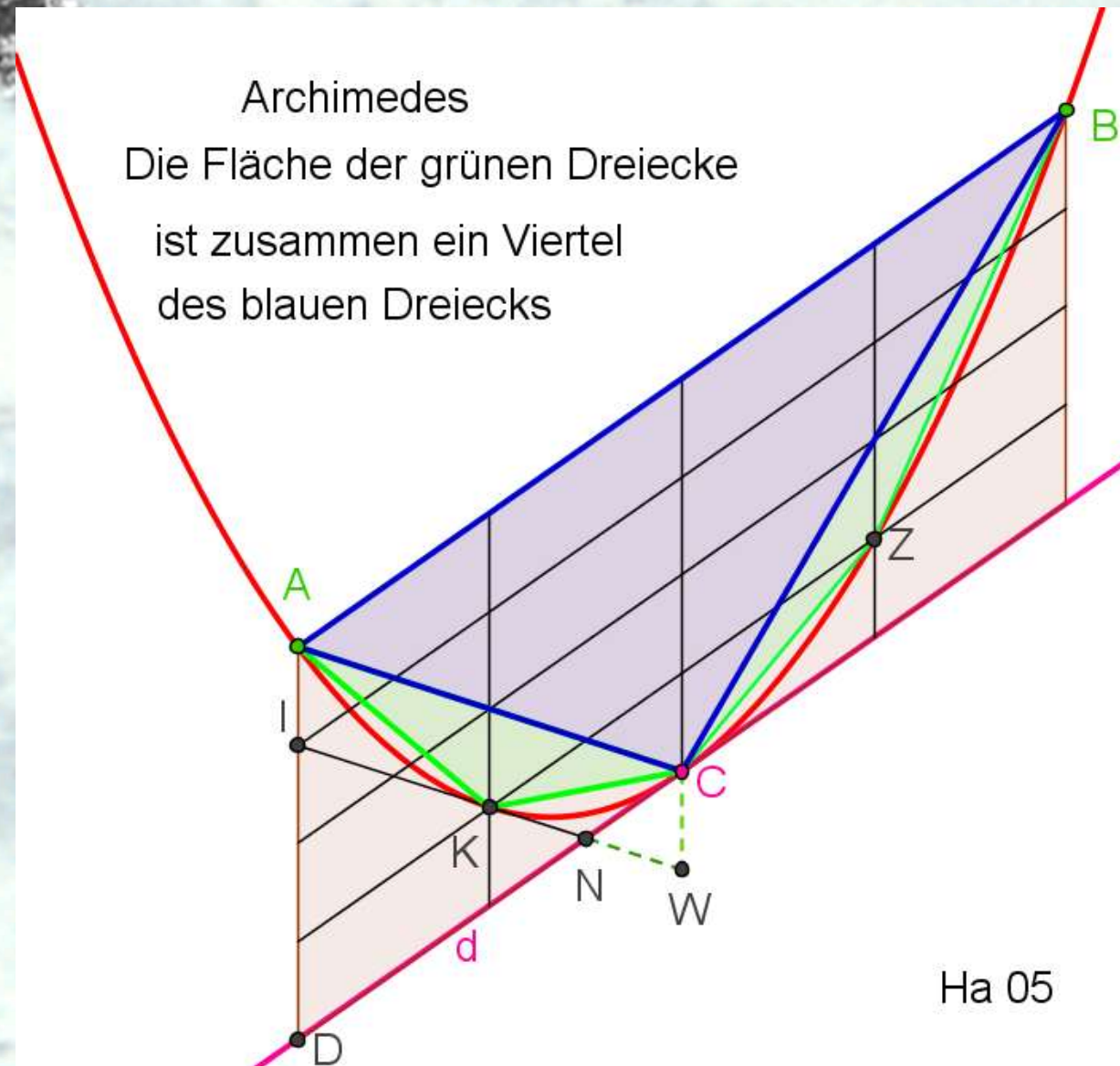


Falsche Parabelausschöpfung





richtige Parabelausschöpfung

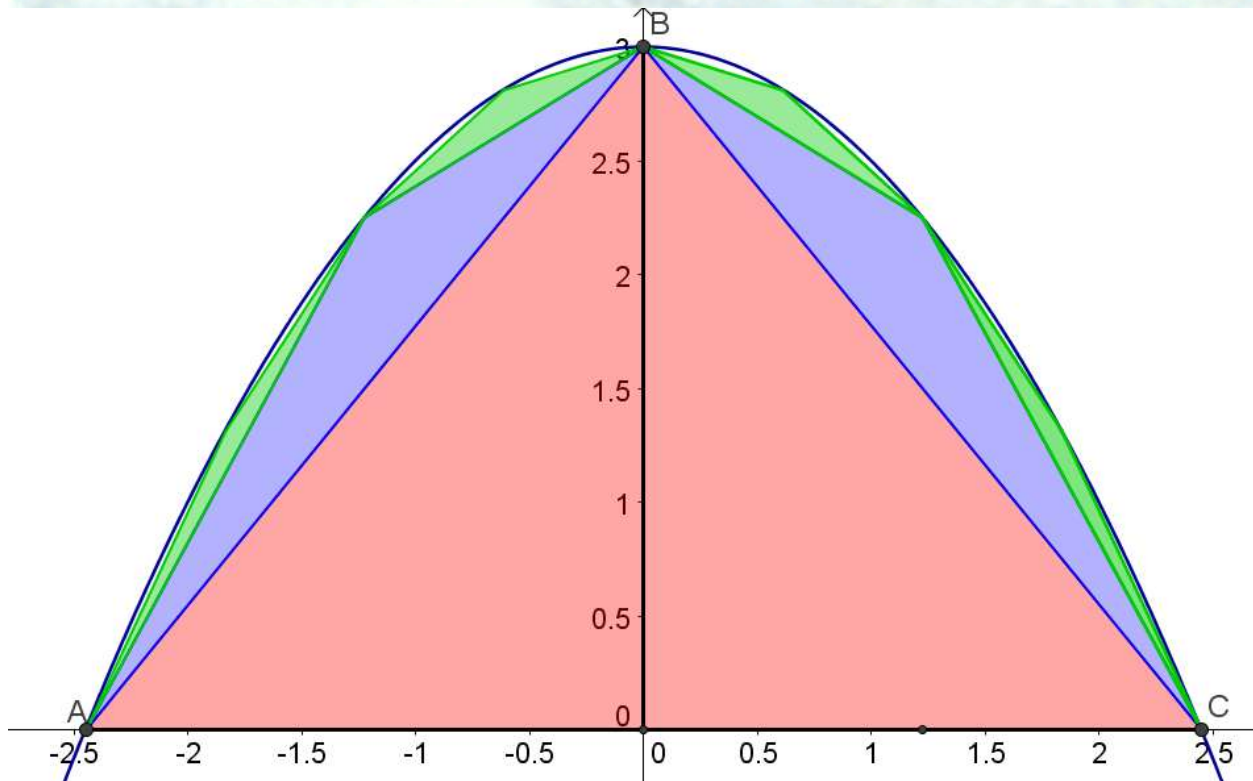


Ergänzung Ha 09

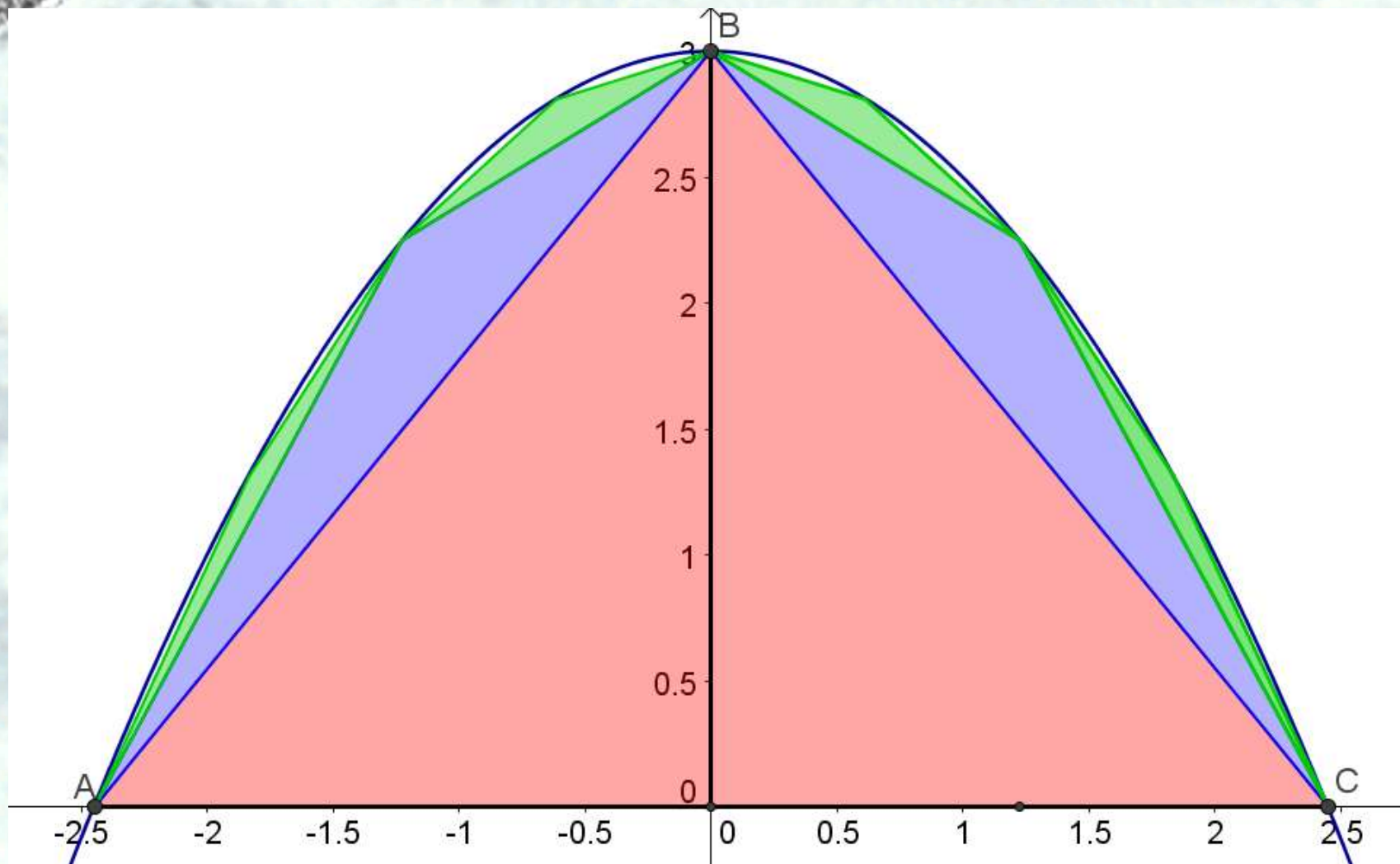
GeoGebra



Die Quadratur der Parabel



- Annäherung an die Fläche unterhalb der Parabel durch Einbeschreiben von Dreiecken
- Approximationsmethode





Die Quadratur der Parabel

GeoGebra Datei „Grundabbildung“

Parabel mit Konstruktion des ersten
einbeschriebenen Dreiecks



Die Quadratur der Parabel

GeoGebra Datei „Grundabbildung1“ + „Konstruktionsschritte“

Parabel mit Konstruktion der annähernden
Dreiecke



Die Quadratur der Parabel

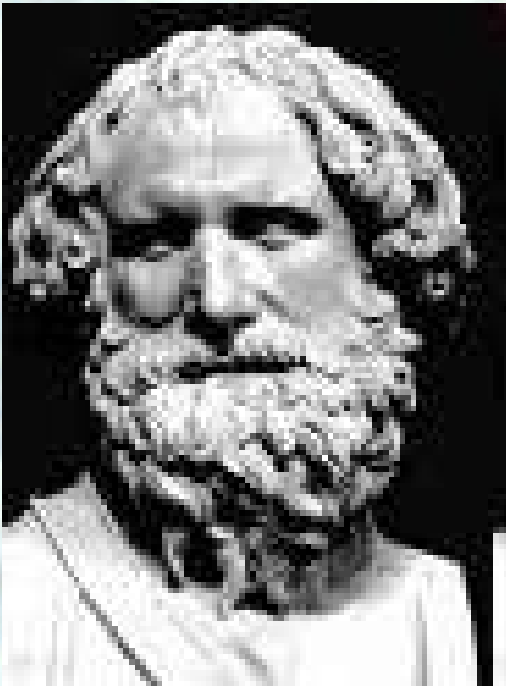
GeoGebra Datei „Fläche Archimedes“

Verhältnis der einbeschriebenen
Dreiecksflächen unter der Parabel zu
einander

Geometrische Reihe



Die Quadratur der Parabel



Archimedes:

*„Der Inhalt eines
Parabelsegments ist $\frac{4}{3}$ des
Inhalts des Dreiecks, das mit
ihm gleiche Grundseite und
Höhe hat.“*



Exhaustionsmethode

- eine Fläche wird durch eingeschriebene Flächen "ausgeschöpft"
- Beruht auf einem Satz eines griechischen Mathematikers (Eudoxos von Knidos):

"Zieht man von irgendeiner GröÙe einen Teil ab, der nicht kleiner als die Hälfte dieser GröÙe ist, vom Rest einen Teil, der nicht kleiner als die Hälfte ist, und so weiter, so bleibt schließlich eine GröÙe übrig, die kleiner als jede der vorgegebenen GröÙe derselben Art ist."



Herangehensweisen zur Beweisführung

- **24 Paragraphen**
(zur Quadratur der Parabel, in: Archimedes Werke, 1922)
auch: Mechanische Methode „Wagebalken“
- **Doppelter Widerspruchsbeweis:**
„Das Parabelsegment ist (nicht) größer oder kleiner als $\frac{4}{3}$ des Inhaltes des ersten einbeschriebenen Dreieckes“

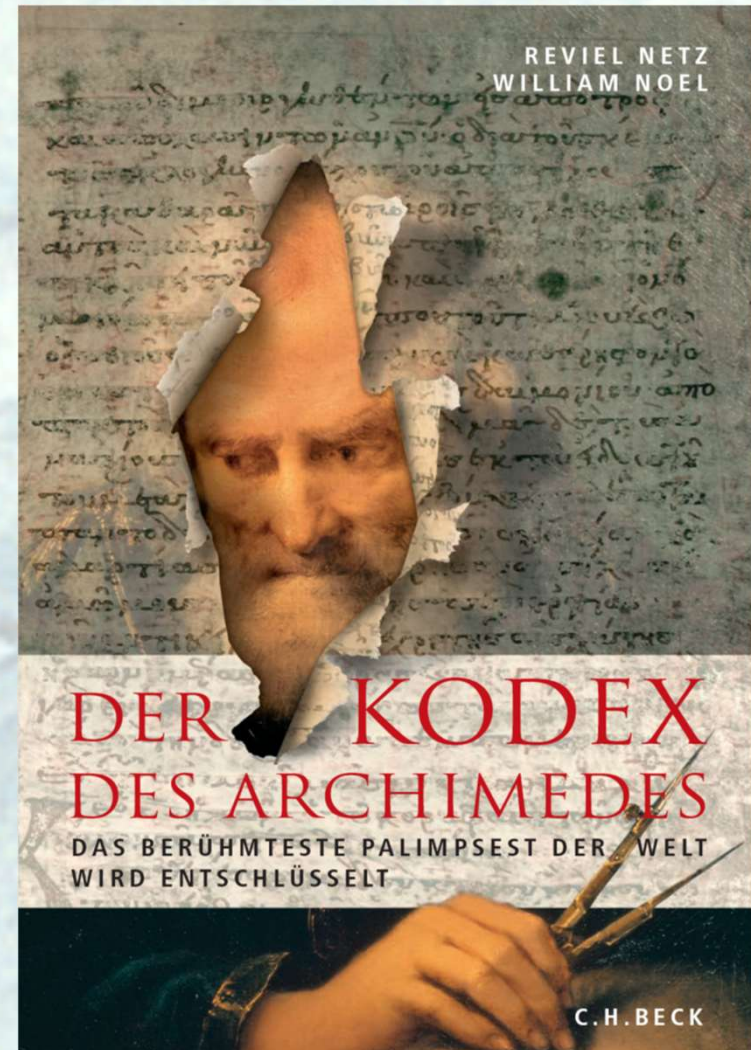


- *GeoGebra Datei „Beweis“*



Der Kodex des Archimedes

- “Der Kodex des Archimedes. Das berühmteste Palimpsest wird entschlüsselt.”





Kodex/ Palimpsest

- **Kodex** vom lat. Codex = Schreibtafel
„Mit einem Faden zusammengeheftetes
Pergament“

Handschriftenkodex= einzigartiger Kodex

- **Palimpsest** griechisch palin (wieder) und
psan (reiben)

„Ein Pergament wurde mehr als einmal
beschrieben“



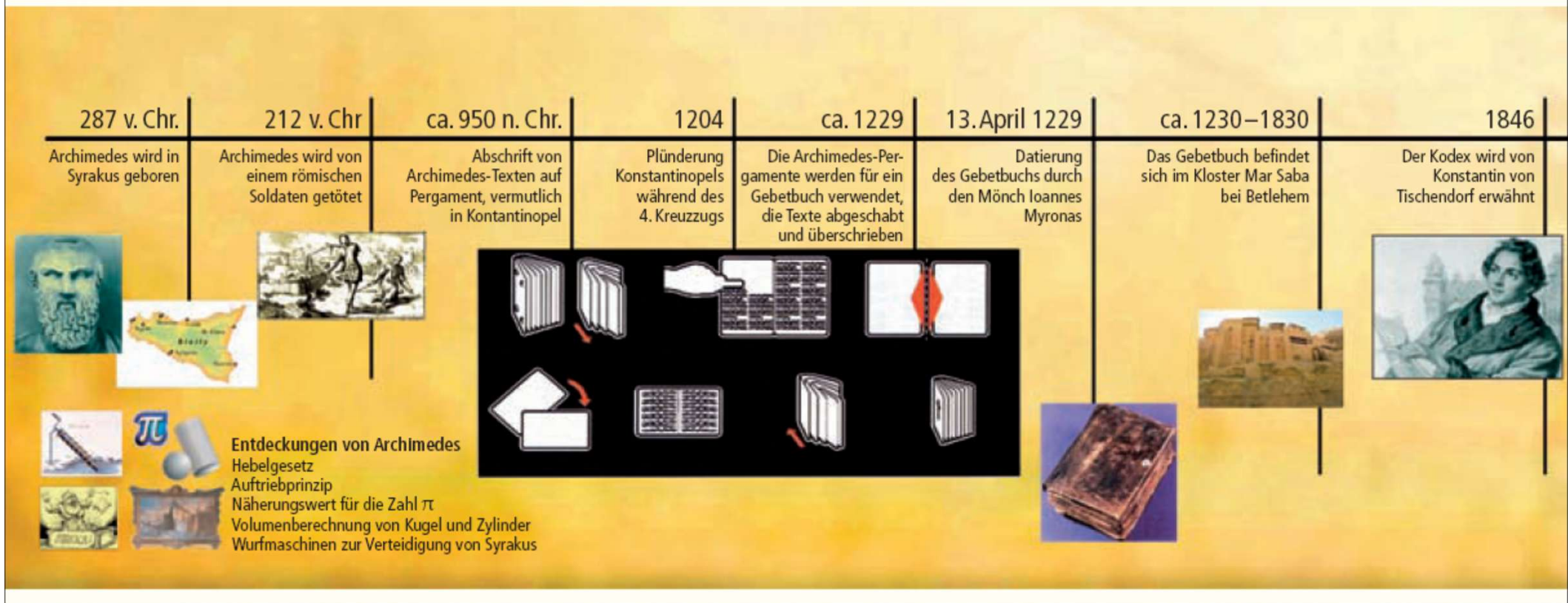
Palimpsest





Geschichte des Kodex I

Die Geschichte des Kodex des Archimedes



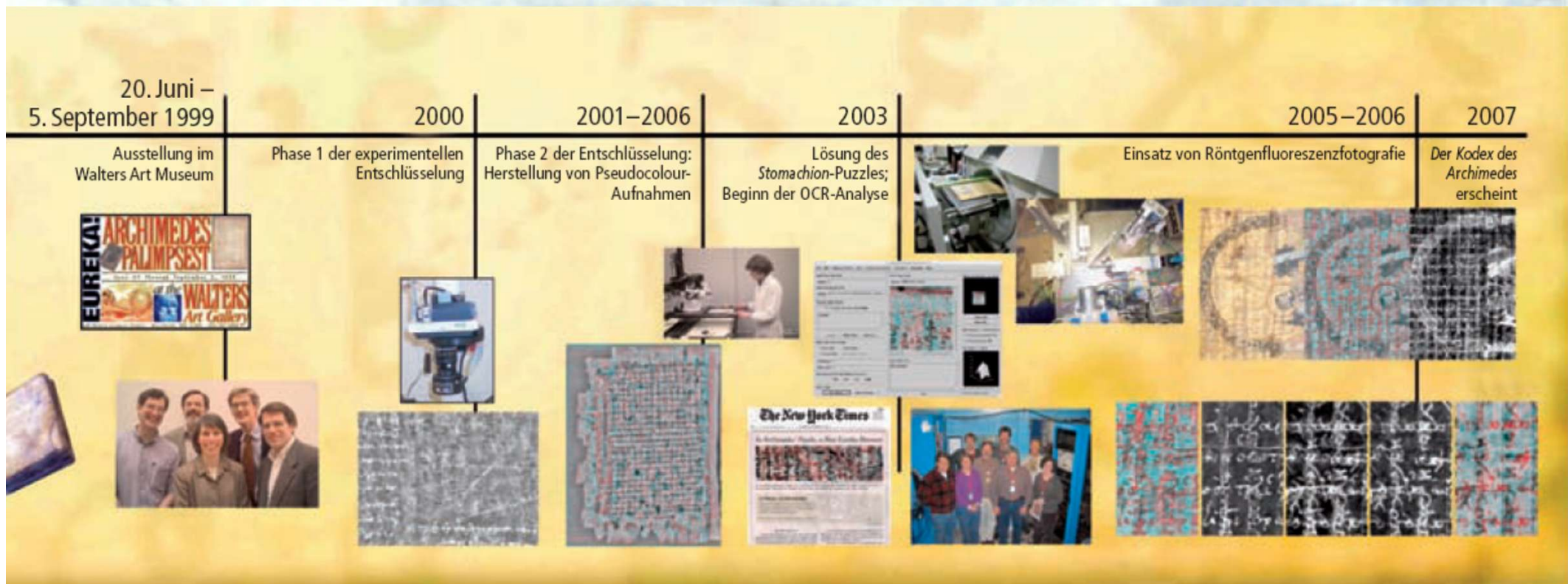


Geschichte des Kodex II





Geschichte des Kodex III





Das Archimedes-Palimpsest

- 1998 in New York vom Auktionshaus Christie's als ein mittelalterliches Gebetbuch versteigert.
- Erlös von über zwei Millionen Dollar.
- Ersteigert wurde der Kodex des Archimedes von einem Antiquar im Auftrag eines Privatmanns.
- Dieser versucht den Kodex mit Hilfe von Fachleuten und Wissenschaftlern und unter Einsatz modernster Techniken lesbar zu machen (erfolgreich).

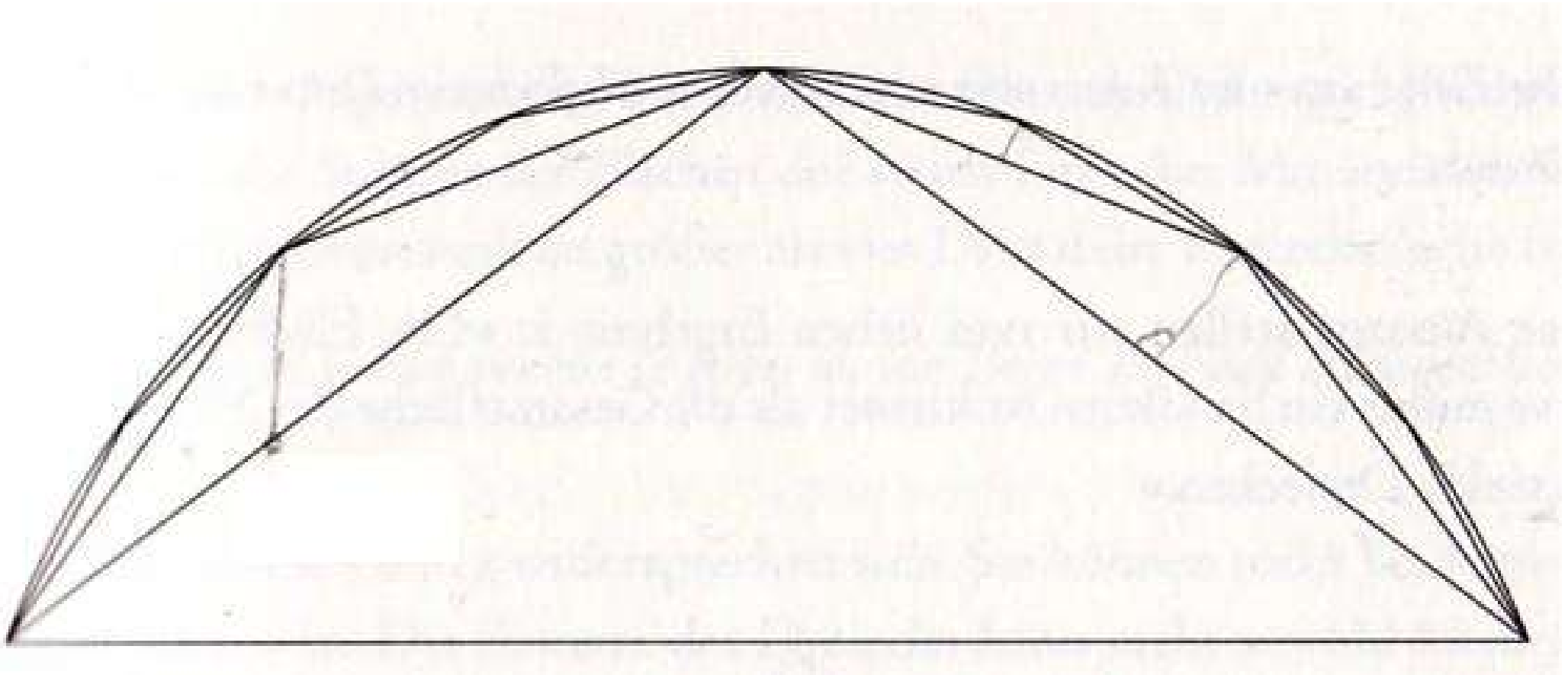


Der Kodex des Archimedes

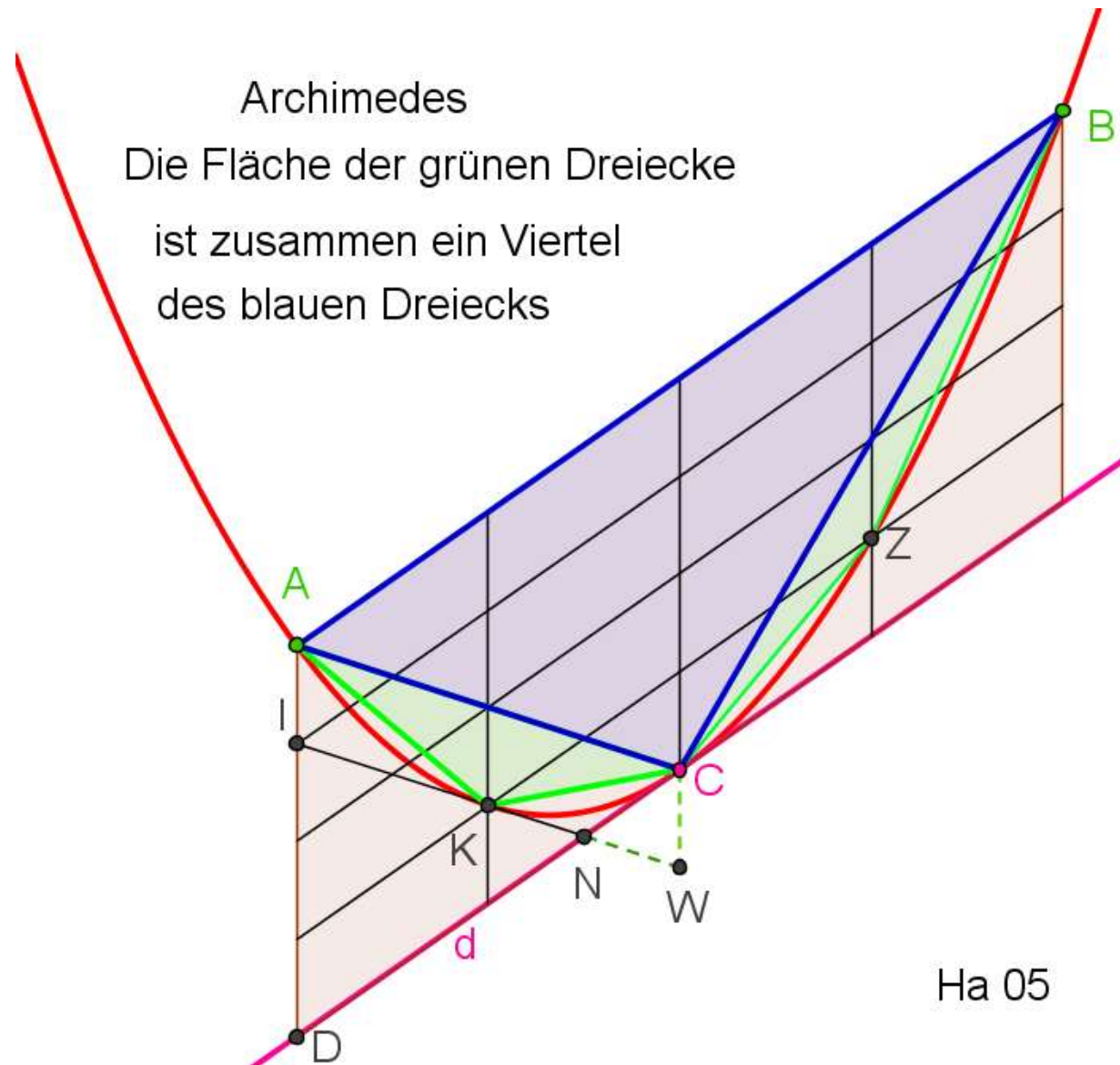
- *GeoGebra Datei „Der Kodex des Archimedes“*

Konstruktionsfehler im Fachbuch
Achtung: Dreiecksflächenverhältnis!!!

Falsche Parabelausschöpfung



richtige Parabelausschöpfung

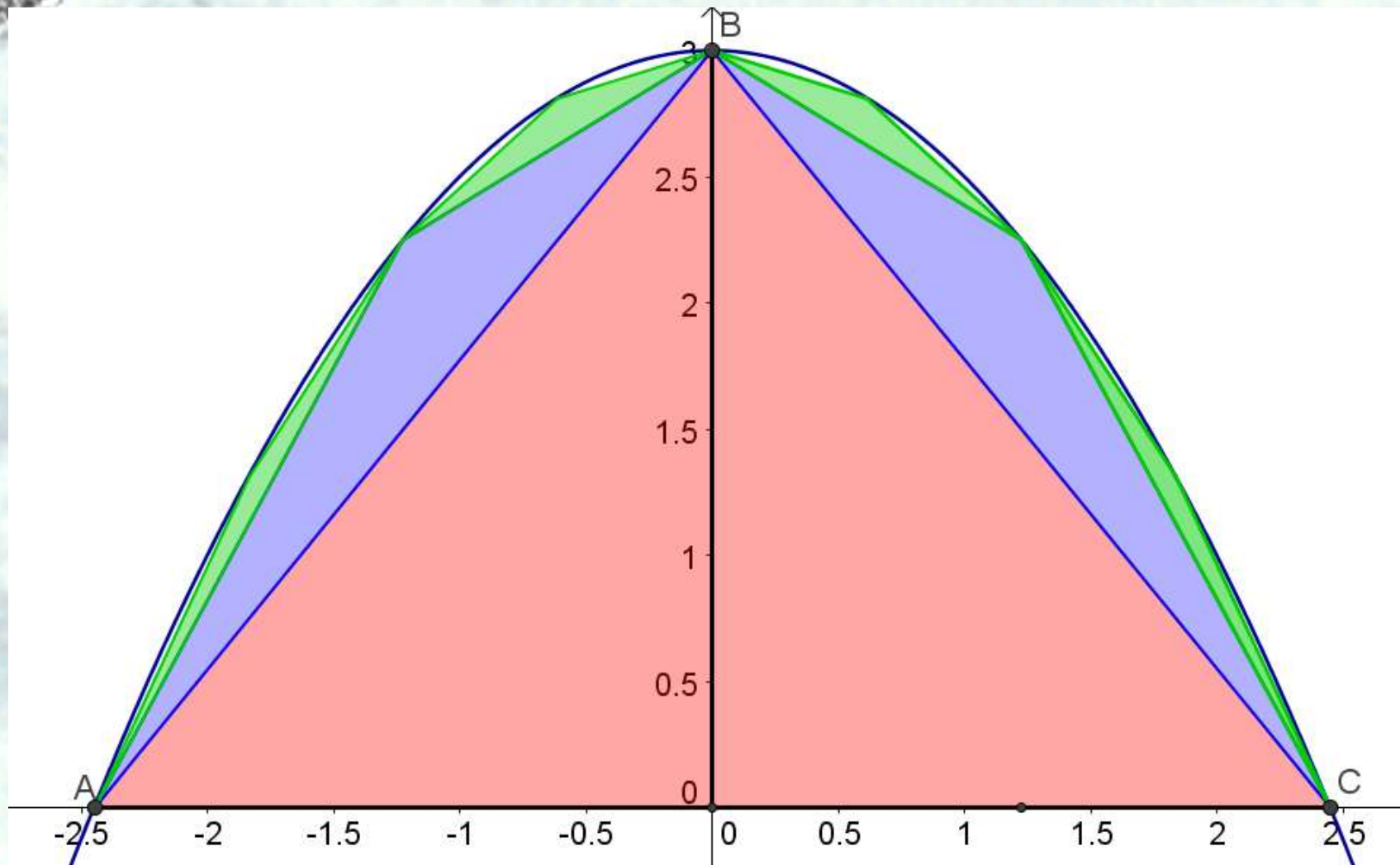


GeoGebra

Ha 05



„Quadratur der Parabel“



Quadratur ist ein altes Wort für Flächenbestimmung



Fortführung

Sie knüpften an Archimedes Überlegungen an und führten diese fort ...

- Galilei
- Leibnitz
- Fermat
- Descartes
- Newton
- ...



Bedeutung für heutige Fachwissenschaften

- Archimedische Prinzip der Hydrostatik
- Basis für heutige Methoden: z.B. Integralrechnung
- Brennspiegel (heute Parabolspiegel)
- Paradoxa in der Reihenlehre (konnten durch zu Hilfenahme griechischer Beweisstrenge) gelöst werden



Archimedes für die Schule (Mathematikunterricht)

- Wenig Präsenz in Schulbüchern
(vgl. Lederle 1999:10)
- Mittelstufe: z.T. in Verbindung mit
der Einführung der Zahl π
- Oberstufe: z.T. Einführung von
Integralrechnung





Weitere Bereiche im Schulunterricht...

- Inhaltsformeln von Kugel, Kreis und Pyramiden
- ...



Ausgewählte Literatur

- Archimedes; Czwalina, Arthur. (1983): Werke. Sonderausg., 4. unveränd. reprograf. Nachdr. Darmstadt.
- Archimedes; Czwalina-Allenstein, Arthur. (2003): Über Spiralen. 2. Aufl., Reprint der Ausg. Leipzig, Thun.
- Gut, Jutta (2005): 12. Flächen- und Volumenberechnungen bei Archimedes. In: <http://members.chello.at/gut.jutta.gerhard/kegelschnitte12.htm> (22.11.2008)
- Konforowitsch, Andrij Grigorowitsch; Dick, Galina. (1996): Guten Tag, Herr Archimedes. 227 unterhaltsame Mathematikaufgaben vom Altertum bis zur Gegenwart. 2., unveränd. Aufl. Thun.
- Lederle, Cornelia (1999): Archimedes für die Schule?! Diplomarbeit zur Erlangung des akademischen Grades einer Magistra der Naturwissenschaften an der Leopold-Franzens-Universität Innsbruck. Innsbruck. In: <http://geometrie.eduhi.at/data/AK-Kegelschnitte/archimed.pdf> (20.11.2008)



Literatur

- Netz, Reviel; Noel, William;Filk, Thomas (2007): Der Kodex des Archimedes. Das berühmteste Palimpsest der Welt wird entschlüsselt. München.
- o.A. Universität Siegen (o.J.): Mathematiker im Spiegel der Zeiten – Ein Zusammentreffen berühmter Mathematiker. Oder „Mathematiker alter Zeiten begegnen sich“. In: <http://www.math.uni-siegen.de/geschmath/MathematikerTreffen.pdf> (22.11.2008).
- Ortol, Sven; Witkowski, Nicolas. (1997): Die Badewanne des Archimedes. Berühmte Legenden aus der Wissenschaft ; mit 25 Abbildungen. 4. Aufl. München.
- Rinkens, Hans-Dieter (2006): Flächeninhalt des Parabel-Segments. Exhaustionsmethode nach Archimedes (287? – 212 v.Chr.). Wintersemester 2006/7 Elemente der Analysis. In: http://www.rinkens-hd.de/data/veran_ana_parabel.pdf?PHPSESSID=bb7ac1fdd942fc5490cd5fe440e681f3 (22.11.2008).
- Vollrath, Hans-Joachim (1986): 44. Zur Beziehung zwischen Begriff und Problem in der Mathematik. In: Journal für Mathematikdidaktik 7 (1986), 243-268. In: <http://www.didaktik.mathematik.uni-wuerzburg.de/history/vollrath/papers/044.pdf> (05.12.2008).
- Wußing, Hans (2008): 6000 Jahre Mathematik. Eine kulturgeschichtliche Zeitreise - 1. Von den Anfängen bis Leibniz und Newton. Berlin, Heidelberg.