Einige Beispiele, die Analysisbegriffe ausschärfen

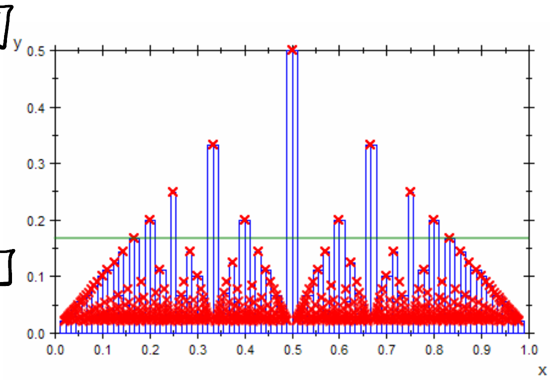
(1) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ $\quad \mathfrak{I}=\left]0;1\right]$ Beispiel für [3] stetig aber nicht gleichmäßig stetig in $\mathfrak{I}$.

(2) Dirichlet-Funktion $\quad f(x)=\begin{cases}0 & \text{für } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\\ 1 & \text{für } x\in\mathbb{Q}\end{cases}$, allgemein a;b statt 0;1, Bspl für [4]

(3) $f(x)=\begin{cases}g(x) & \text{für } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\\ h(x) & \text{für } x\in\mathbb{Q}\end{cases}$, g und h zwei Funktionen mit genau n Schnittstellen.

Haben g und h Berührstellen, dann ist f dort sogar differenzierbar. Beispiel für [5]

(4) $f(x)=\begin{cases}0 & \text{für } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\cup\{0,1\}\\ \dfrac{1}{q} & \text{für } x=\dfrac{p}{q} \text{ als gekürzter Bruch}\end{cases}$ $\quad \mathfrak{I}=[0,1]$



Bspl für [9],[10],[13],[14] Bild für (4)

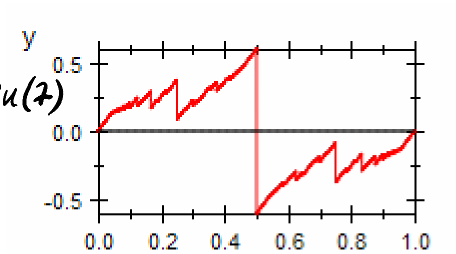
(5) $f(x)=\begin{cases}0 & \text{für } x\in\mathbb{R}\setminus\mathbb{Q}\cup\{0,1\}\\ q & \text{für } x=\dfrac{p}{q} \text{ als gekürzter Bruch}\end{cases}$ $\quad \mathfrak{I}=[0,1]$

Beispiel für: f ist in keinem Intervall beschränkt und dennoch "fast überall" 0. f ist nicht Riemann-integrierbar.

(6) Die Kochkurve ist ein Beispiel für [7], ebenso Teufelstreppe u.v.a.

(7) $f(x)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\,x-round(n\,x)}{n^2}$ Bspl. für [9],[10], [14]
Orig. Riemann

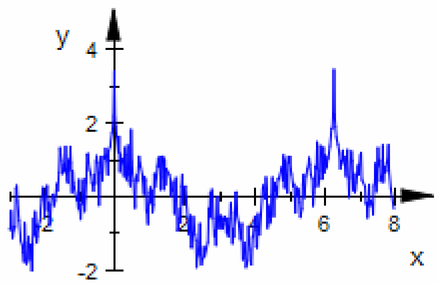
zu (7)



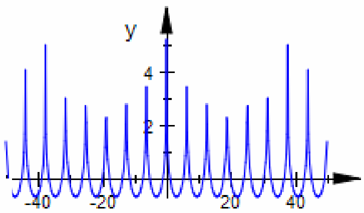
(8) $f(x)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n\,x-round(n\,x)}{n}$ Bspl für [20]

f ist in keinem Intervall beschränkt, f nicht integrierbar. (Riemann)

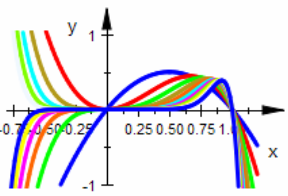
(9) $f(x)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(n\,x)}{n}$ Bspl. für [20] (Riemann)



(10) $f(x)=\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty}\frac{\cos(n^2\,x)}{n}$ Bspl für diskrete Polstellen bei $x=2k\pi$ sonst stetig.



(11) $f(x,n)=(n+1)\,x^n\,(1-x)$
Fkt-folge nicht gleichmäßig stetig



(12) $F(x)=x^2\cos\left(\dfrac{\pi}{x^2}\right)$ zu [15]