Riemann und seine Kosinusreihen

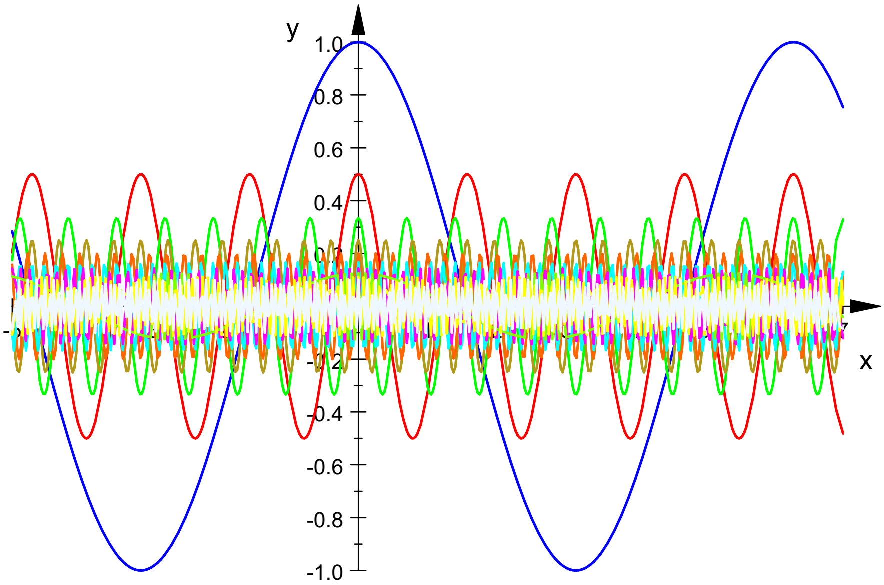
Prof. Dr. Dörte Haftendorn: Mathematik mit MuPAD 4, JSept 07   Update 10.09.07
Web: http://haftendorn.uni-lueneburg.de   www.mathematik-verstehen.de

##

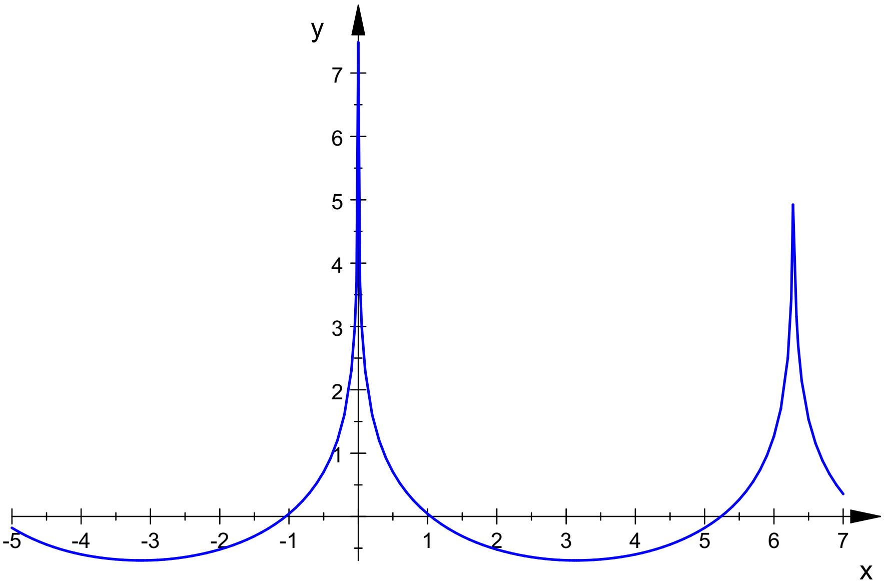
```
f:=(x,n)->1/n*cos(n*x)
```

$$(x,\ n) \to \frac{1}{n} \cdot \cos(n \cdot x)$$

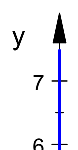
```
plotfunc2d(f(x,n) $ n=1..10,x=-5..7,
LegendVisible=FALSE)
```

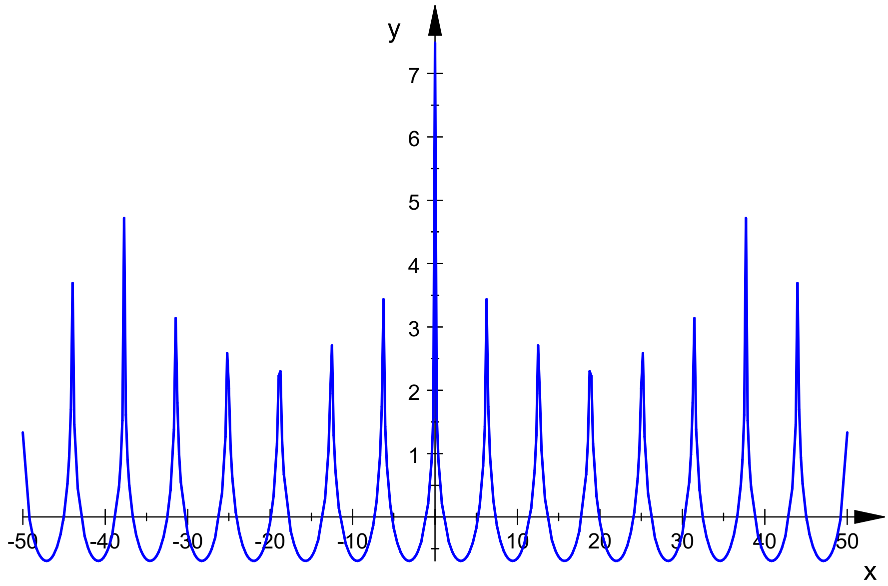



```
plotfunc2d(_plus(f(x,n) $ n=1..1000),x=-5..7);
```




```
plotfunc2d(_plus(f(x,n) $ n=1..1000),x=-50..50)
```



```
sum(1.0/n, n=1..1000)
```

$$7.485470861$$

Die Reihe divergiert sicher für ganze Vielfache von 2*PI,
da die Harmonische Reihe divergiert.

```
sum( f(2.0*PI,n),n=1..1000)
```

$$7.485470861$$

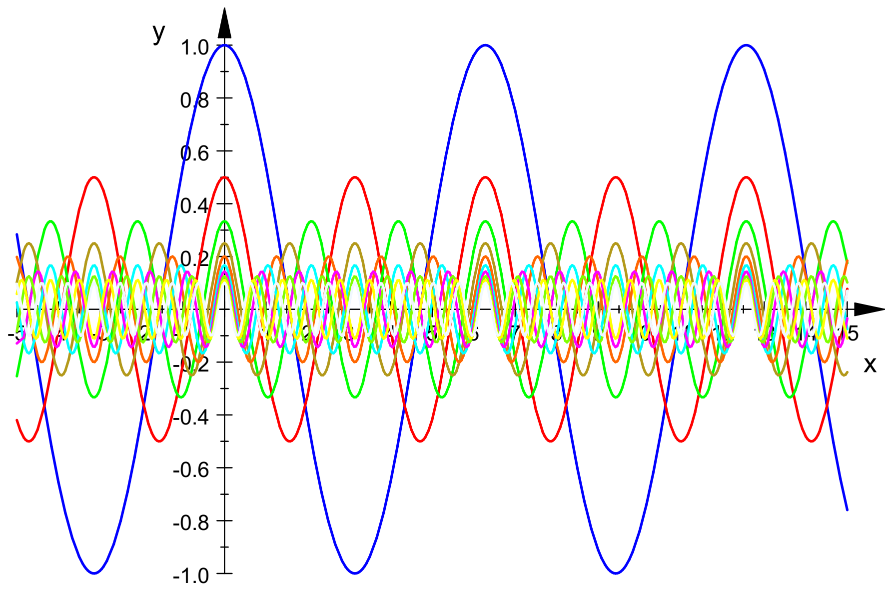
##

Die Folgende Reihe verhält sich ganz merkwürdig:

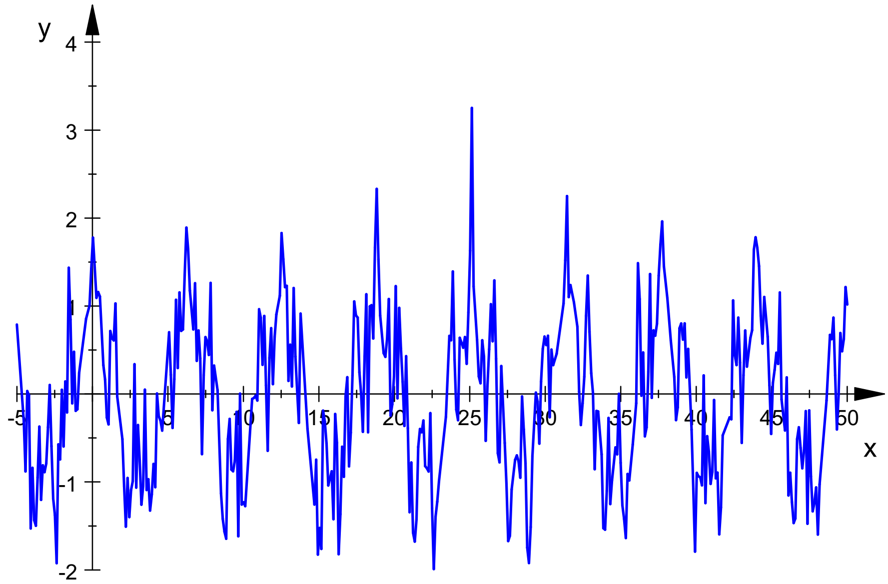
```
f:=(x,n)->1/n*cos(n^2*x)
```

$$(x, n) \to \frac{1}{n} \cdot \cos\left(n^2 \cdot x\right)$$

```
plotfunc2d(f(x,n) $ n=1..10,x=-5..15,
LegendVisible=FALSE)
```



```
plotfunc2d(_plus(f(x,n) $ n=1..1000),x=-5..50,
    ViewingBoxYRange=-2..4)
```




```
sum(1.0/n, n=1..1000),sum(f(2*PI*0.8,n), n=1..100);
```

7.485470861, – 0.1568259021

```
sum(1.0/n, n=1..1000),sum(f(2*PI*0.8,n), n=1..1000000)
```

7.485470861, – 0.1617530656

Wenn man theoretisch herangeht, zeigt sich, dass bei allen rationalen 2PI-Vielfachen die Funktionswerte unendlich werden. D.h. die Polstellen ligen dicht. Dass man überhaupt noch etwas
sieht, liegt an der langsamen Divergenz der harmonischen Reihe.
Genaugenommen ist alles "Schrott".

```
sum(1.0/n, n=1..1000000),sum(f(2.0*PI,n), n=1..1000000);
```

14.39272672, 14.39272672

```
sum(1/n, n=1..infinity)
```

∞