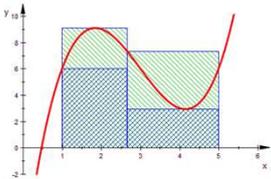


Bernhard Riemann

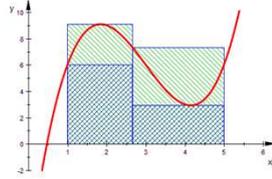
Seinen Namen trägt das Bernhard-Riemann-Gymnasium Scharnebeck

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Bernhard Riemann

schon 1846 als Abiturient am Johanneum ein Mathematik-Genie

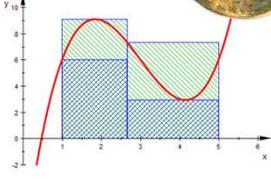
Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Bernhard Riemann

Weltweite Berühmtheit

Genie



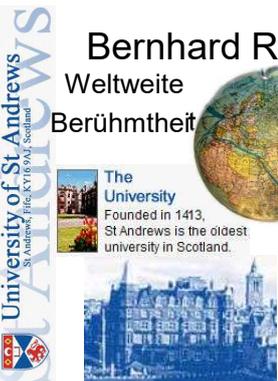


Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Bernhard Riemann Genie

Weltweite Berühmtheit





The University
Founded in 1413,
St Andrews is the oldest university in Scotland.

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Georg Friedrich Bernhard Riemann Genie

Born: 17 sept 1826 in Breselenz, Hannover (now Germany)
Died: 20 July 1866 in Selasca, Italy

Riemann's ideas concerning geometry of space had a profound effect on the development of modern theoretical physics. He clarified the notion of integral by defining what we now call the Riemann integral.




Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Georg Friedrich Bernhard Riemann Genie

... He was an original thinker... and a host of methods, theorems and concepts are named after him.

...provided the concepts and methods used later in relativity Theory

5 Seiten Biografie und Würdigung

...moved to the Gymnasium Johanneum....




Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Bernhard Riemann Genie

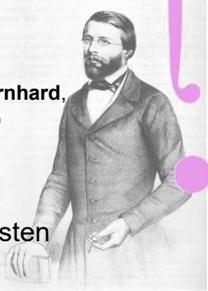
Weltweite Berühmtheit

Brockhaus Band 18 (1992)

Riemann, 1) Georg Friedrich Bernhard.
 Mathematiker, *Dannenberg (Elbe)

 ab 1859 Prof. in Göttingen;

... zählt zu den bedeutendsten
 Mathematikern seiner Zeit



a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Bernhard Riemann Genie

Weltweite Berühmtheit

Brockhaus Band 18 (1992)

... Definition des **Riemann-Integrals**
 und die Behandlung >pathologischer<
 Funktionen, die

Riemann zu einem Wegbereiter
 des modernen mathematischen
 Denkens machten...



a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Bernhard Riemann Genie

Weltweite Berühmtheit

Struik: Abriss der Geschichte der Mathematik

Mit Bernhard Riemann ,dem Nachfolger
 Dirichlets in Göttingen, kommen wir
 zu dem Mann,

der mehr als irgendein anderer
 den Weg der modernen Mathematik
 beeinflusst hat.



a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Bernhard Riemann Genie

Weltweite Berühmtheit

Struik: Abriss der Geschichte der Mathematik

... In seinem kurzen Leben hat er nur eine
 verhältnismäßig kleine Anzahl von
 Arbeiten veröffentlicht, aber

jede von ihnen war
 -und ist es noch- bedeutend
 und einige von ihnen haben ganz
 neue und fruchtbare Gebiete eröffnet.



a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Bernhard Riemann Genie

Weltweite Berühmtheit

Struik: Abriss der Geschichte der Mathematik

Felix Klein, selbst ein Stern erster Größe,
 charakterisiert:

Riemann ist der Mann der
 glänzenden Intuition.
 Durch seine umfassende Genialität
 überragt er alle seine Zeitgenossen.
 Wo sein Interesse geweckt ist,
 beginnt er neu, ohne sich durch
 Traditionen beirren zu lassen.



a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Bernhard Riemann Genie

Weltweite Berühmtheit

ja



a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Gliederung

- Bedeutung – ausgedrückt in Worten
- Bedeutung – gemessen und bewiesen
- Kindheit und Schulzeit am Johanneum
- Seine wissenschaftliche Laufbahn
- Privates Leben und Tod
- Nachwort

a

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Geschichte der Mathematik

Egmont Colerus: Von Pythagoras bis Hilbert

Vorwort

| | |
|---|---|
| <ol style="list-style-type: none"> 1. PYTHAGORAS 2. EUKLID 3. ARCHIMEDES 4. APOLLONIOS 5. DIOPHANTOS 6. AL CHWARIZMI 7. LEONARDO VON PISA 8. NICOLE VON ORESME 9. VIETA 10. JOST BÜRGI 11. DESCARTES 12. G.F. LEIBNIZ 13. PONCELET 14. EVARISTE GALOIS 15. C. F. GAUSS 16. BERNHARD RIEMANN 17. DAVID HILBERT | <ul style="list-style-type: none"> Mathematik als Wissenschaft Mathematik und Philosophie Mathematik und Wirklichkeit Mathematik als Virtuosität Mathematik und Schrift Mathematik als Denkmaschine Mathematik als Anbruch Mathematik und Natur Mathematik als Symbolik Mathematik als Tabelle Mathematik als Methode Mathematik als Kosmos Mathematik als Zauberspiegel Mathematik als Verallgemeinerung Mathematik als Weltfahrt |
|---|---|

dargestellt in 17 Biographien

Mathematik als Geisterreich

Mathematik und Logik

a

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

dtv-Atlas der Mathematik

Benannte Objekte im Inhaltsverzeichnis

Das sind die 8 häufigsten, andere Mathematiker haben weniger „eigene“ Objekte

Lebensdauer

a

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Artikel mit eigenem Absatz

Brockhaus Band 18 (1992)

- Riemannsche Zahlenkugel
- Riemannsche Flächen
- Riemannscher Abbildungssatz ... zentraler Satz der Funktionentheorie und der Topologie
- Riemannsches Integral
- Riemannsche Zetafunktion
- Riemannsche Vermutung
- Riemannsche Geometrie
- Riemannsche Mannigfaltigkeit -> Riemannscher Raum.
- Riemannscher Raum
- Riemannscher Krümmungstensor

a

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b

Wikipedia: Bernhard Riemann

Wikipedia article traffic statistics

8474

bernhard Riemann has been viewed 8474 times in the last 90 days.

10. Okt. 2012

7. Feb. 2013

a

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Kindheit

Bernhard Riemann wurde 17. September 1826 in Breselenz bei Dannenberg geboren. Sein Vater war dort Pastor.

Das Pastorat, fotografiert von einem Mathematiker, vor dem Abriss

Prof. Dr. Dörte Hafendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Johanneum Lüneburg 2006

Kindheit

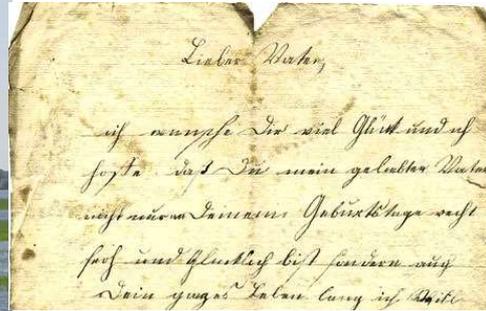
später zog die Familie nach Quickborn.

Bernhard verlebte eine glückliche Kindheit mit einem Bruder und vier Schwestern.



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Johanneum Lüneburg 2006

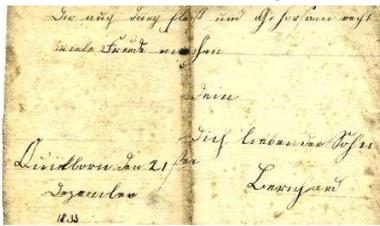
Riemann mit 7 Jahren



Lieber Vater, ich wünsche Dir viel Glück und ich hoffe, dass Du mein geliebter Vater nicht nur an Deinem Geburtstage recht froh und glücklich bist, sondern Dein ganzes Leben lang ich will

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Riemann mit 7 Jahren

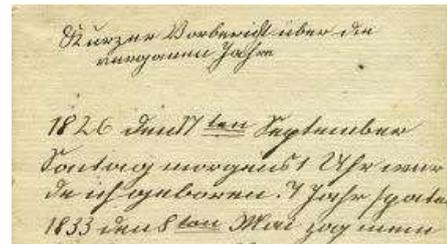


Dir auch durch Fleiß und Gehorsam recht viel Freude machen
Dein
Dich liebender Sohn
Bernhard

Quickborn den 21 ten
Dezember
1833

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Riemann mit 9 Jahren



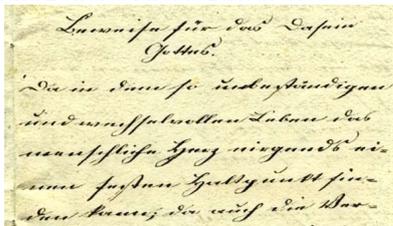
Kurzer Vorbericht über die vergangenen Jahre
1826 den 17 ten September Sonntag morgens 1 Uhr
wurde ich geboren. 7 Jahre später 1833 den 8 ten Mai zog
mein

Vater von Breselenz nach Quickborn

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Riemann mit $13\frac{1}{2}$ Jahren

Zur Konfirmation schreibt er ein Heft mit dem Titel: **Beweise für das Dasein Gottes**



Da in dem so unbeständigen und wechselvollen Leben das menschliche Herz nirgends einen festen Haltepunkt finden kann, da auch die Vernunft

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Hannover

Nach der Konfirmation wohnte er in Hannover bei seiner Großmutter – einer Hofratswitwe-, damit er dort das Lyzeum besuchen konnte.

Untertertia
Obertertia

Er war 15 Jahre alt, als er wegen des Todes der Großmutter Hannover verlassen musste



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Johanneum Lüneburg



Die Johanneum Schule 1841

Von Ostern 1842 an geht Bernhard Riemann hier zur Schule ab Untersekunda

1829 ist dieses Gebäude neben der Johanniskirche errichtet worden.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Direktor Dr. Karl Haage 1801-42

- mit 13 J. in Klasse 12 in Gotha
- mit 16 Theologie + Philologie Jena und Göttingen
- mit 23 Lehrer und Subdirektor, dann Direktor am Johanneum,
- Initiator des neuen Gebäudes
- er beruft ausgezeichnete Lehrer
- hat ungewöhnliche pädagogische Begabung
- zeigt Tatkraft und Durchsetzungsvermögen
- sorgt für die Einrichtung der „Realklassen“ (mehr Deutsch, Mathematik, Naturwissenschaften, moderne Sprachen)



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Direktor Dr. Karl Haage 1801-42

- sorgt für eine sehr gute Ausbildung

So erklärte der Oberschulrat Kohlrausch aus Hannover 1829 "daß unser Johanneum nicht bloß die beste Schule im Hannoverschen sei, sondern auch unter den dreißig Schulanstalten, die ich zuvor als preußischer Schulrat kennen gelernt habe."



Karl Haages plötzlicher Tod durch einen Gehirnschlag Ende 1842 löste große Trauer aus.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Direktor F. Constantin Schmalfuß 1806-71

- der erste studierte Mathematiker am Johanneum (1829-49)
- Er war auch aus Thüringen.
- der nächste war erst Haages Sohn 1860 !!!

Nach Haages plötzlichem Tod wurde mit Schmalfuß zum ersten Mal ein Mathematiker Direktor. Er hat es verstanden, die Bedenken, "ob ein Mathematiker für diesen Posten wohl recht geeignet sei", gründlich zu zerstreuen.



Zitate aus Nebe: Geschichte des Johanneums (1906):

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Direktor F. Constantin Schmalfuß 1806-71



Zitat aus Nebe: Geschichte des Johanneums (1906):

-seine feine, gewandte, offene und heitere Art sich zu geben,.....
-idealster Auffassung des Lehrerberufes.....
-war durchaus nicht einseitig, hätte ohne weiteres Latein in Sekunda unterrichten können.....

... daß unter Schmalfuß' verständnisvoller Leitung ein Genie seines Faches, der Mathematik, auf dem Johanneum sich heranbildete, **Bernhard Riemann**, der wohl berühmteste Schüler der Anstalt, den die Mathematiker unmittelbar nach oder neben Gauß stellen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Hebräisch und Theologie

Lehrer Dr. Seffer 1816-76

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod

- daß er mit seinen deutschen und lateinischen Aufsätzen immer im Rückstande blieb,....
- daß die Lehrer-Conferenz den Schulgesetzen gegenüber seinetwegen in Verzweiflung war.
- nahm ich ihn gegen ein ermäßigtes Kostgeld in mein Haus und verpflichtete mich gegen die Lehrer-Conferenz für prompte Ablieferung seiner Aufsätze von nun an sorgen zu wollen.
- manchen Abend bis in die Nacht bei ihm gesessen....

Seffer war da noch keine 30 Jahre alt.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Hebräisch und Theologie

Lehrer Dr. Seffer 1816-76

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod
Seffer berichtet von der Abfassung seines Elementarbuches der hebräischen Sprache, das jetzt auf den Gymnasien Deutschlands und der Schweiz viel gebraucht wird....
Das Werk sollte zu allen Kapiteln genau passende Übungsstücke enthalten. Diese aus der Bibel herauszusuchen,
war eine schwierige Aufgabe, für die sich Riemann lebhaft interessierte.
....daß mein Elementarbuch mehrere seiner Übungsstücke zum großen Theil dem großen Mathematiker Riemann zu verdanken hat.



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Hebräisch und Theologie

Lehrer Dr. Seffer 1816-76

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod
 später... hat er mir viel von seiner philosophischen Arbeit erzählt.
 Ich muß freilich gestehen, daß ich ihm keineswegs folgen konnte,....,
 aber doch die **Großartigkeit seiner Ziele bewundern** mußte.
 Riemann war still, bescheiden und anspruchslos,.... namentlich im Verkehr mit Damen leicht verlegen....
....Ich habe ihn immer lieb gehabt und behalten.

Seffer ging 1846 als Pastor nach Alfeld und wurde später Schulrat in Hannover



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Mathematik bei Schmalfuß

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod
 ... Die Fassungskraft für mathematische Gegenstände gab sich mir sofort kund und es bedurfte bei Riemann nur der Andeutung eines mathematischen Gesetzes, um dasselbe mit den **weitesten Konsequenzen und in feste Form gebracht zu sehen, und zwar in größter Allgemeinheit.**
 Alles, was ich besitze an **Euklidischen Dingen** mit den Kommentaren ...; was ich von der **Archimedischen Literatur** besaß, **Apollonios** etcr alles dies las er, und unter dem Lesen ward es sein sicheres Eigenthum. **Newtons Arithmetica universalis** und des **Cartesius Geometria** interessierten ihn nicht minder. ...



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Mathematik bei Schmalfuß

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod
Schmalfuß lässt ihn zwar am normalen Mathematikunterricht teilnehmen,
*aber.... vielmehr sann ich darauf, ihm in jeder Stunde etwas zu bieten, was seinen Kräften angemessen war, und **jedesmal ist er über die Grenze, die ich als seine Schranke und wohl auch als meine betrachtete, hinausgegangen und brachte regelmäßig eine Fülle von Ergebnissen, die ich nicht in solchem Maße erwartet hatte.***



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Mathematik bei Schmalfuß

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod
 ... wie schwer es ihm wurde, in fließendem Vortrage seine Gedanken zu entwickeln.
 Dazu kam, daß kein Ausdruck ihm genügte, der nicht **alles umfaßte**,
 und daß er ungemein zaghaft war, eine Darstellung, die nicht, ... , von **untadeliger Präcision** war, als richtig anzuerkennen.

Hier hat wohl das „Aufsatzproblem“ seine Wurzeln

Aber da liegt auch seine überragende Kraft.



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Abitur bei Schmalfuß

Brief an Prof. Schering nach Riemanns Tod
Pfingsten 1845 leiht Schmalfuß seinem Schüler das neueste Buch von Legendre aus
and Bernhard read the 900 page book in six days
 aus **St. Andrews**
Im Abitur Ostern 46 prüft er ihn über diese, weit über den Schulunterricht hinausgehende
Zahlentheorie von Legendre.
Er stellt fest, daß ihm alles,
worauf ich als Examinator mich nicht ohne Mühe vorbereitet hatte, ..., geläufig war.



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Abitur bei Schmalfuß

So überzeugt Schmalfuß die Lehrer-Conferenz von Bernhard Riemanns Fähigkeiten

Zumal der Abituraufsatz nicht fertig wurde

Wunderthät bei jugendlich zersetzter Schmalfuß.

Bernhard Georg Friedrich Riemann, geboren 27 September 1826 zu
Dresdener, Sohn des Justizrath Riemann zu Weickert bei Dammberg, hat
wissenschaftliche Aufsätze zum fasten lang der Provinz zu Hannover,
im Jahre 1842 die Gymnasium Johanneum, und zum die ersten
Stufe im Jahre 1844.
das Gymnasium Johanneum, und zum die erste Klasse der
Ostern 1844.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Abiturzeugnis „Erster Klasse“

Wunderthät bei jugendlich zersetzter Schmalfuß.

... Seine **sittliche Aufführung** in und außerhalb der Schule war sehr gut. Sein **Schulbesuch** war regelmäßig, doch in letzterem Jahre mehrmal anhaltend durch **Krankheit** unterbrochen, seine **Aufmerksamkeit** recht gut, doch nicht in allen Unterrichtsgegenständen gleichmäßig, sein **häuslicher Fleiß** zwar angestrengt, aber durch eigene Neigung bedingt und deshalb den Forderungen der Schule nicht immer entsprechend, namentlich wurde die Ablieferung der freien Aufsätze häufig verspätet. Allgemeines Prädikat des Fleißes **gut**.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Abiturzeugnis „Erster Klasse“

Kenntnisse

1. Religion. Er ist bekannt mit den Grundwahrheiten der christlichen Glaubens- und Sittenlehre mit den wesentlichen Unterscheidungspunkten der wichtigsten Konfessionen mit den Hauptmomenten der Kirchengeschichte und dem Inhalte der biblischen Bücher.

Allgemeines Prädikat **recht gut**.

2. Deutsche Sprache. Er ist wohlbekannt mit den Regeln der Grammatik und des Stils und hat sich durch Lektüre mit einer bedeutenden Anzahl Klassiker bekannt gemacht. Seine Aufsätze wurden mit großer Mühsamkeit und peinlicher **Langsamkeit** gearbeitet. **Die Prüfungsarbeit ist unvollendet geblieben.** Seine Aufsätze empfehlen sich durch **logisch richtige Anordnung** und **Verbindung der Gedanken**, durch **Richtigkeit des Urtheils** und durch eine **zusammenhängende, schlichte, meist fließende und gewandte Darstellung**, lassen jedoch Fülle des Inhalts und lebendigen Erguß der Phantasie vermissen. Sein mündlicher Ausdruck ist **gut**.

Allgemeines Prädikat **gut**.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

3. Lateinische Sprache. Bei der Lektüre vermag er, wenn auch nicht rasch, in den Sinn und Zusammenhang auch der schwierigen Stellen einzudringen. Seine grammatischen Kenntnisse sind gut, seine stilistischen Arbeiten begründen ein günstiges Urtheil über die logische Durchdringung und Handhabung des lateinischen Sprachschatzes, wiewohl ihm ein reicher Vorrath an Redensarten und Wendungen(?) nicht zu Gebote zu stehen scheint. Sein Ausdruck empfiehlt sich durch Präcision und richtige Erfassung der Proprietät (?), entbehrt aber des leichten Flusses. Im Sprechen ist er nur wenig geübt. Allgemeines Prädikat **gut**.

4. Griechische Sprache. Von dem Verständniß der griechischen Schriftsteller gilt dasselbe, wie von den lateinischen. Seine Kenntnisse in der Grammatik sind gut. Allgem. Prädikat **gut**.

5. Hebräische Sprache. Er liest mit hinreichender Geläufigkeit, besitzt gründliche Kenntnisse in der Grammatik und übersetzt mit Fertigkeit die leichten alttestamentlichen Schriften.

Allgemeines Prädikat **Sehr gut**.

6. Französische Sprache. Er übersetzt mit Leichtigkeit selbst die schweren Schriftsteller der neueren Zeit und schreibt beinahe frei von grammatischen Verstößen. Allgem. Prädikat **gut**.

7. Englische Sprache. In der Aussprache und in der Grammatik wird noch Sicherheit vermißt, im Verstehen und Übersetzen der Schriftsteller besitzt er eine ziemliche Fertigkeit.

Allgemeines Prädikat **gut**.

8. Geschichte und Geographie. Seine Kenntnisse in allen Theilen der Geschichte haben das Prädikat **recht gut** erhalten, in der Geographie **gut**.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Abiturzeugnis „Erster Klasse“

9. Mathematik. Seine Kenntnisse sind durchaus gründlich und sicher und gehen an Umfang und Tiefe **weit über das Maß hinaus, das der Mathematik an Schulen eingeräumt werden kann**, in Auffassung mathematischer Lehren (?) besitzt er **Scharfblick, Raschheit und Klarheit in seltenem Grade**. Er wird unterstützt durch ein zuverlässiges Gedächtniß, eine ausgezeichnete Kombinationsgabe und Behendigkeit einer konstruierenden Phantasie. **Überhaupt ist er durch seine Anlagen entschieden auf das Studium der mathematischen Wissenschaften hingewiesen.**

Allgemeines Prädikat **vorzüglich**.

10. Physik. Dasselbe Urtheil, welches über seine Leistungen in der Mathematik gilt, findet Anwendung auf diejenigen Theile der Physik, welche eine mathematische Begründung und Behandlung zulassen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Abiturzeugnis „Erster Klasse“

*Nach sorgfältiger Prüfung und Berathung ist dieses Zeugniß
erster Klasse nach gewissenhafter Überzeugung
beschlossen und ausgefertigt
von der Prüfungs Commission des Gymnasiums Johanneum
zu Lüneburg den 10ten März 1846.*

Nach sorgfältiger Prüfung und Berathung ist dieses Zeugniß **erster Klasse** nach gewissenhafter Überzeugung beschlossen und ausgefertigt von der Prüfungs Commission des Gymnasiums Johanneum zu Lüneburg den 10ten März 1846

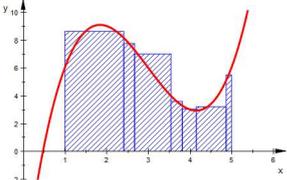
C. Schmalfuß

C. Schmalfuß

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de -> Geschichte -> Riemann

Über den Begriff des bestimmten Integrals und den Umfang seiner Gültigkeit Habilitationsschrift 1854

Also zuerst: Was hat man unter $\int_a^b f(x) dx$ zu verstehen?



Dann wird die Zerlegung **verfeinert**, so dass die maximale Teilintervalllänge gegen 0 geht. Wenn dann **unabhängig** von der Wahl der Zerlegung und der Zwischenstellen die **Riemann-Summe einen Grenzwert hat**, so heißt dieser

$$\int_a^b f(x) dx$$

Anderenfalls hat das Symbol keine Bedeutung.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Originaler Riemann-Text: Habilitationsschrift 1854

Um dieses festzusetzen, nehmen wir zwischen a und b der Größe nach auf einander folgend, eine Reihe von Werthen x_1, x_2, \dots, x_{n-1} an und bezeichnen der Kürze wegen $x_1 - a$ durch $\delta_1, x_2 - x_1$ durch $\delta_2, \dots, b - x_{n-1}$ durch δ_n und durch ε einen positiven ächten Bruch. Es wird alsdann der Werth der Summe

$$S = \delta_1 f(a + \varepsilon_1 \delta_1) + \delta_2 f(x_1 + \varepsilon_2 \delta_2) + \delta_3 f(x_2 + \varepsilon_3 \delta_3) + \dots + \delta_n f(x_{n-1} + \varepsilon_n \delta_n)$$

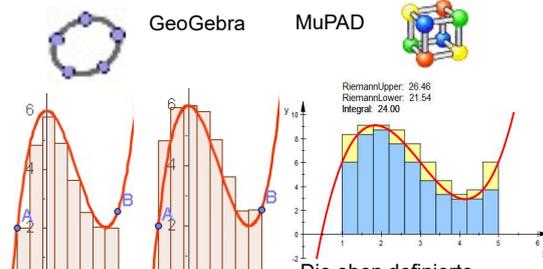
von der Wahl der Intervalle δ und der Größen ε abhängen. Hat sie nun die Eigenschaft, wie auch δ und ε gewählt werden mögen, sich einer festen Grenze A unendlich zu nähern, sobald sämtliche δ unendlich klein werden, so heisst dieser Werth $\int_a^b f(x) dx$.

Hat sie diese Eigenschaft nicht, so hat $\int_a^b f(x) dx$ keine Bedeutung.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Riemansche Summen in der Lehre

GeoGebra MuPAD

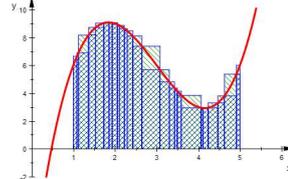


Die eben definierte Riemann-Summe liegt sicher zwischen der Untersumme und der Obersumme

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Riemansche Summen in der Lehre

MuPAD



Man bestimmt bei fortschreitender Verfeinerung die Riemann-Summe.

Strebt sie keinem Wert zu, ist die Funktion nicht Riemann-integrierbar.

Strebt sie aber einem Wert zu, muss man noch irgendwie absichern, dass derselbe Wert auch für alle anderen Zerlegungen und für alle Zwischenwert-Auswahlen Grenzwert der Riemann-Summe ist.

ein harter Anspruch!

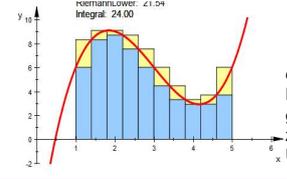
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Notwendiges und hinreichendes Kriterium

Bei gegebener Zerlegung betrachtet Riemann: endlich klein werden, convergirt. Bezeichnen wir also die grösste Schwankung der Function zwischen a und x_1 , d. h. den Unterschied ihres grössten und kleinsten Werthes in diesem Intervalle, durch D_1 , zwischen x_1 und x_2 durch D_2, \dots , zwischen x_{n-1} und b durch D_n , so muss

$$\delta_1 D_1 + \delta_2 D_2 + \dots + \delta_n D_n$$

mit den Größen δ unendlich klein werden. Wir nehmen ferner an,



die größte Schwankung jedem Streifen....

die hier gelb sichtbaren Rechtecke sind zusammen gerade der Unterschied zwischen Obersumme und Untersumme.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Notwendiges und hinreichendes Kriterium

f sei beschränkt, dann gilt: Das Integral existiert genau dann, wenn sich der Unterschied der Ober und Untersummen durch Verfeinerung der Zerlegung unter jede Schranke drücken lässt.

Bei stetigen Funktionen werden auch die Höhen der gelben Rechtecke beliebig klein.

Liegen aber (endliche) Sprünge vor, wird die Flächengröße durch kleine Breite der Rechtecke unter jede Schranke gedrückt.

Also ist es nun doch gerechtfertigt zu sagen:

Riemansche Ober- und Untersummen

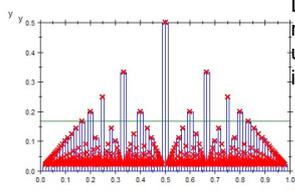
eigentlich beliebige Zerlegung

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Besondere Funktionen vom Dirichlet-Typ

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \mathbb{Q} \cup \{0,1\} \\ \frac{1}{q} & \text{für } x = \frac{p}{q} \text{ als gekürzter Bruch} \end{cases}$$


Die Funktion ist an allen rationalen Stellen unstetig und an allen irrationalen Stellen stetig.
Für das letztere gibt Heitsch (->Lit.) ein schlaues Beweis.



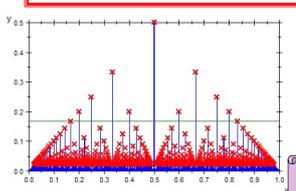
Riemann-integrierbar.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Satz, hinreichendes Kriterium

Das mündet in dem Satz:

Ist f beschränkt und die Menge der Unstetigkeitsstellen vom Maße 0, dann ist f Riemann-integrierbar



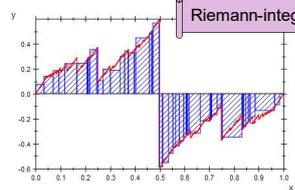
Riemann-integrierbar.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Was das Riemann-Integral leistet

Zitat: „...Da diese Funktionen noch nirgends betrachtet sind, wird es gut sein, von einem bestimmten Beispiele auszugehen.“

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx - \text{round}(nx)}{n^2}$$

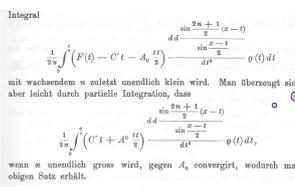



Riemann-integrierbar.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Welche Funktionen werden durch trigonometrischen Reihen definiert?

zur Darstellbarkeit hinreichende ausgewählt werden. Während also die bisherigen Arbeiten zeigten: wenn eine Funktion diese und jene Eigenschaften hat, so ist sie durch die Fourier'sche Reihe darstellbar; müssen wir von der umgekehrten Frage ausgehen: Wenn eine Funktion durch eine trigonometrische Reihe darstellbar ist, was folgt daraus über ihren Gang, über die Änderung ihres Wertes bei stetiger Änderung des Arguments?



jetzt wird's wild!



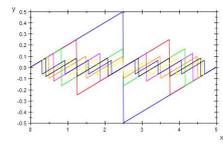
Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Was ist da für die Mathematik-Lehre sinnvoll?

Lohnend sind Beispiele, die ähnlich aussehen und dennoch ganz andere Resultate haben

$$f(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{nx - \text{round}(nx)}{n}$$

eben war im Nenner ein Quadrat

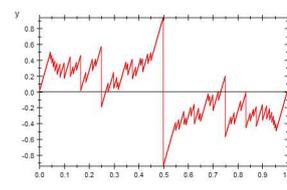


nun haben die Reihenglieder alle die Steigung 1
die Sprunghöhen sind $1/n$



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Die Unvollständigkeit des Computers erzwingt Theorie



Die Summe der Sprunghöhen divergiert also mit der harmonische Reihe.
Die Sprunghöhen liegen dicht.

Nur weil diese so langsam divergiert, kann man hier überhaupt noch etwas sehen. (7000 Summanden)
Die Funktion ist in jedem noch so kleinen Intervall unbeschränkt und daher nicht integrierbar.

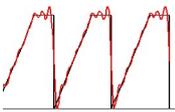
Bspl. von Riemann



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Clausthal 2007

Studium und Mathematik
Berlin 1847-49

- Steiner
- Jacobi
- Dirichlet




dieser folgt 1855 Gauß nach, ihm folgt 1859 Riemann auf den Lehrstuhl in Göttingen

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Studium und Mathematik
für Promotion und Habilitation
kehrt Riemann 1849 zu Gauß zurück




Carl Friedrich Gauß
„Fürst der Mathematik“, 1777-1855

Bernhard Riemann
undatiert, um 1850

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Die von Herrn Riemann eingereichte Schrift legt ein bündiges Zeugniß ab von den gründlichen und tief eindringenden Studien des Verf. in demjenigen Gebiete, welchem der darin behandelte Gegenstand angehört; von einem strebsamen ächt mathematischen Forschungsgeiste, und von einer rühmlichen productiven Selbstthätigkeit. Der Vortrag ist umsichtig und concis, theilweise selbst elegant: der größte Theil der Lesers möchte indeß wohl in einigen Theilen noch eine größere Durchsichtigkeit der Anordnung wünschen. Das Ganze ist eine gediegene werthvolle Arbeit, das Maaß der Anforderungen, welche man gewöhnlich an Probeschritten zur Erlangung der Doctorwürde stellt, nicht bloß erfüllend, sondern weit überragend.

Das Examen in der Mathematik werde ich übe

Gauß.

Gaus schreibt das Gutachten für Riemanns Dissertation

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Die von Herrn Riemann eingereichte Schrift legt ein bündiges Zeugniß ab von den **gründlichen und tief eindringenden Studien** des Verf. in demjenigen Gebiete, welchem der darin behandelte Gegenstand angehört; von einem **strebsamen ächt mathematischen Forschungsgeiste**, und von einer **rühmlichen productiven Selbstthätigkeit**. **Der Vortrag ist umsichtig und concis, theilweise selbst elegant:** der größte Theil der Lesers möchte indeß wohl in einigen Theilen noch eine größere Durchsichtigkeit der Anordnung wünschen. **Das Ganze ist eine gediegene werthvolle Arbeit, das Maaß der Anforderungen, welche man gewöhnlich an Probeschritten zur Erlangung der Doctorwürde stellt, nicht bloß erfüllend, sondern weit überragend.**

Das Examen in der Mathematik werde ich übe *Gauß.*

Gaus schreibt das Gutachten für Riemanns Dissertation

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Weg zum Professor
Wissenschaftliche Arbeiten bei Gauß

Dissertation 1811
„Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Funktionen einer veränderlichen complexen Größe“

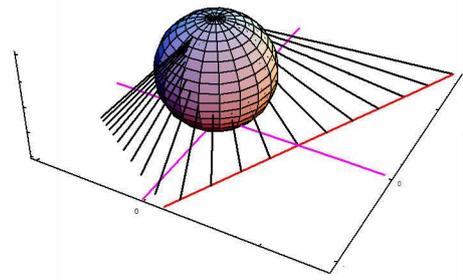
Habilitationsschrift 1833
„Über die Darstellbarkeit einer Funktion durch eine trigonometrische Reihe“

ein halbes Jahr vor Gauß' Tod

Habilitationsvortrag 1854
“Die Hypothesen, welche der Geometrie zugrunde liegen”.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Phantasie und Riemannsche Zahlenkugel

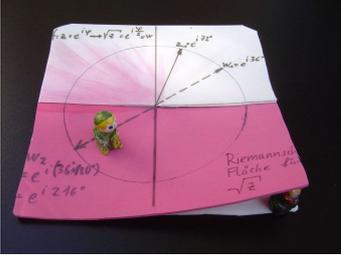


Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Phantasie und Mathematik

Die Deutschaufsätze..... lassen jedoch Fülle des Inhalts und lebendigen Erguß der Phantasie vermissen.

Aus dem Abiturzeugnis



Riemannsche Fläche

Fülle des Inhalts

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de, Vortrag Johanneum Lüneburg 2006

Studium und Leben

1843 **Tod der Mutter**

1847 bis 1849 Zwei Jahre Student an der Universität Berlin

1849 April, Fortsetzung des Studiums an der Universität Göttingen

1851 16. Dezember, **Promotion** bei Gauß

1853 Dezember, Einreichung der **Habilitationsschrift**

1854 10. Juni, **Vortrag in Habilitationskolloquium**

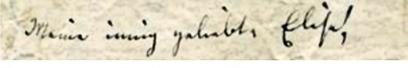
1854 9. Oktober, erste Vorlesung

1855 **Tod des Vaters und einer Schwester**

1857 Ernennung zum außerordentlichen Professor

1857 **Tod des Bruders und einer Schwester**

1858 **Die beiden Schwestern ziehen zu ihm**

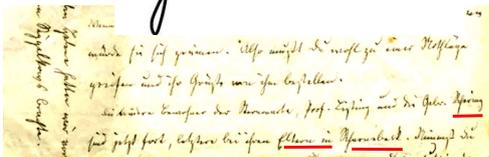



Riemann verliebt sich in Elise Koch, eine Freundin seiner Schwestern.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Überraschender Bezug zu

Scharnebeck



Passage aus einem Brief vom 6.9.1861 an seine Verlobte Elise: Die beiden Bewohner der Sternwarte, Prof. Lipting und die Gebr. Schering sind jetzt fort, letztere bei ihren Eltern in **Scharnebeck**.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Überraschender Bezug zu

Scharnebeck



Ernst Christian Julius Schering 1833-1897



Familie des Scharnebecker Oberförsters E.C.A. Schering. Er war erst in Bleckede, seit 1845 Förster in Scharnebeck.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Überraschender Bezug zu

Scharnebeck



Ernst Christian Julius Schering 1833-1897

Er war 7 Jahre jünger als Riemann, ging 1845-1850 auf das Realgymnasium Johanneum in Lüneburg. Er verließ es nach der Unterprima mit „Fachhochschulreife“ und studierte am Polytechnikum Hannover.

Er studierte dann Mathematik und Astronomie in Göttingen, war ein enger Freund Riemanns. Nach Riemanns Tod bat er Seffer und Schmalfuß, die er wohl auch selbst gekannt hat, um die zitierten Briefe. Er hielt 1866 eine Rede zum Gedächtnis an Riemann.

Wittmann, A.: Ernst Christian Julius Schering (1833-1897). Ein Göttinger Sternwartendirektor aus Bleckede, herausgegeben von der Bürger-Stiftung „Stadt und Schloss Bleckede“, Bleckede (2009).

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Anerkennung, Glück und Krankheit

1859 Ernennung zum **ordentlichen Professor**

1859 Wahl zum ordentlichen Mitglied der Gesellschaft der Wissenschaften u.a. **Ehrungen in den folgenden Jahren**

1862 **3. Juni, Heirat im Alter von 35 Jahren**

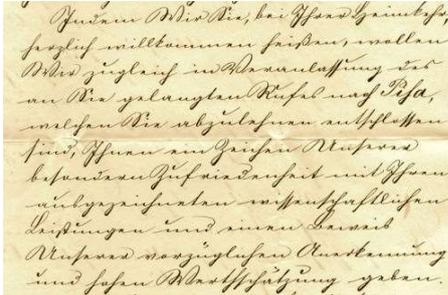
1862/63 **November bis Juni, erster Aufenthalt in Italien**



Seine schlechte Gesundheit, (Brustfellentzündung, Tuberkulose) machte diesen langen Aufenthalt nötig. Er bekommt einen Ruf, als Professor nach Pisa zu gehen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Honorenfakultät des Königreichs Hannover



Indem wir Sie bei Ihrer Heimkehr herzlich willkommen heißen, wollen wir zugleich in Veranlassung des an Sie gelangten Rufes nach Pisa, welchen Sie abzulehnen entschlossen sind, Ihnen ein Zeichen unserer besonderen Zufriedenheit mit Ihren ausgezeichneten wissenschaftlichen Leistungen und einen Beweis unserer vorzüglichen Anerkennung und hohen Wertschätzung geben.

sein Lebensende

- 1863 Geburt einer Tochter
- 1863 Tod der vorletzten Schwester
- 1863 bis 1865 August bis Oktober (1865), zweiter Aufenthalt in Italien
- 1866 Juni, dritte Reise nach Italien
- 1866 20. Juli, Riemann in Selasca am Lago Maggiore gestorben



Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann



Seine Frau Elise und die Tochter Ida

Etwa 1872, vor 140 Jahren

Im Sommer 2012 konnten wir uns freuen, einen Enkel von Ida, Herrn Dr. Thomas Schilling aus Hamburg, am Bernhard-Riemann-Gymnasium in Scharnebeck begrüßen zu dürfen.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Bernhard Riemann, Gesammelte Werke (neu 1990)

Narasimhan betont, ...daß diese Neuauflage von Riemanns Werken **nicht allein aus historischen Gründen** erfolgt ist. Hier liege der seltene Fall vor, daß das Werk eines Mathematikers über 100 Jahre nach seinem Tode noch in der originalen Form aktuell ist und **direkt weitere Forschungen anzuregen vermag**. Obwohl in der Mathematik seitdem auch neue Perspektiven entwickelt wurden, haben Riemanns Ideen in erstaunlichen Grade dem Zahn der Zeit widerstanden und gelten in vielen Aspekten **nicht als überholt**.

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Mathematik ist weltumspanned !

Ein Inder gibt in Chicago die Werke eines deutschen Mathematikers, mit deutschen Texten, italienischen Texten, lateinischen Texten, letztere gerichtet mit englischen Texten.



Sitz des Verlages: Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

Mathematik ist weltumspanned !

Ein Inder gibt in Chicago die Werke eines deutschen Mathematikers, mit deutschen Texten, italienischen Texten, lateinischen Texten, letztere gerichtet mit englischen Texten.



Sitz des Verlages: Berlin, Heidelberg, New York, Paris, Tokyo

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b **Mathematik ist weltumspanned !**

Ein Inder gibt in **Chicago** die Werke eines **deutschen** Mathematikers, mit **deutschen** Texten, **italienischen** Texten, **lateinischen** Texten, letztere gerichtet an die **Französische** Akademie, mit **englischen** Kommentaren heraus.

Sitz des Verlages:
Berlin, Heidelberg, New York,
London, Paris, Tokyo



∫

a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b **Nachwort**



Brief von Schmalfuß an Prof. Schering nach Riemanns Tod

... daß ich Riemann mehr verdanke, als er mir.

... ich bedaure sehr, daß mir nichts geblieben ist, von der Sinnigkeit und Einfachheit seiner Beweisführungen und Formelentwicklungen.

Schon damals war er ein Mathematiker, neben dessen Vermögen der Lehrer sich arm fühlte....

∫

a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b **Nachwort**



Brief von Schmalfuß an Prof. Schering nach Riemanns Tod

... Ich für meinen Theil habe es immer für ein großes Glück angesehen, daß ich einen solchen Schüler, wie Riemann, gehabt habe, und bin ihm heute noch für die vielfache Anregung, die er mir gegeben hat, und für die Freude, die ich an seiner wunderbaren Begabung und Entwicklung gehabt habe, für meine ganze Lebenszeit dankbar.

∫

a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b **Fazit**

Als Lehrer können wir uns der Verantwortung bewusst werden, die wir für die jungen Menschen tragen, dass sie ihre Fähigkeiten entfalten und ihre Schwächen bewältigen lernen.

Als Menschen, jung wie alt, können wir lernen, wie nötig es sein kann, mutig die lange begangenen Pfade zu verlassen und wohlüberlegt und fundiert neue Perspektiven zu eröffnen.

∫

a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann

b **Bernhard Riemann**




Vielen Dank für Ihre Aufmerksamkeit!

∫

a

Prof. Dr. Dörte Haftendorn, Leuphana Universität Lüneburg, www.mathematik-verstehen.de --> Geschichte --> Riemann