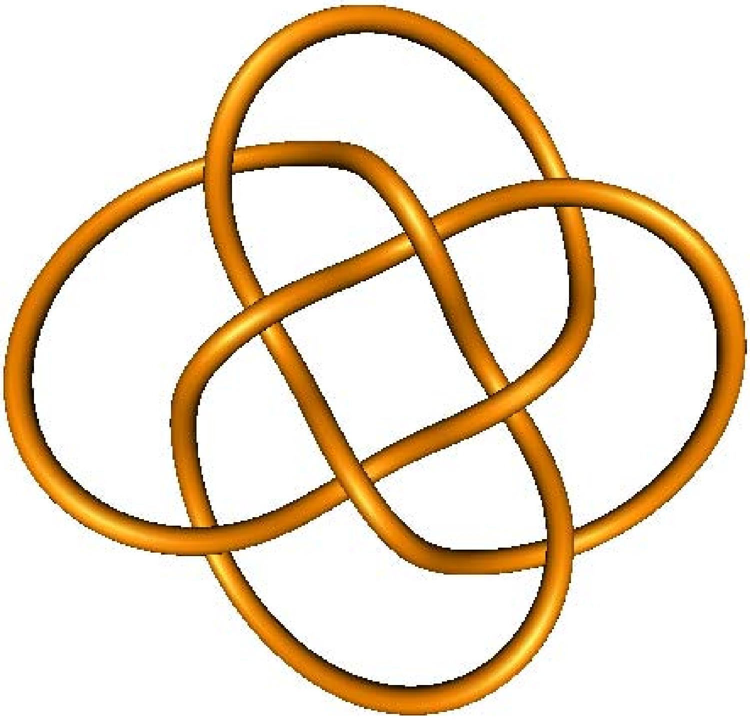
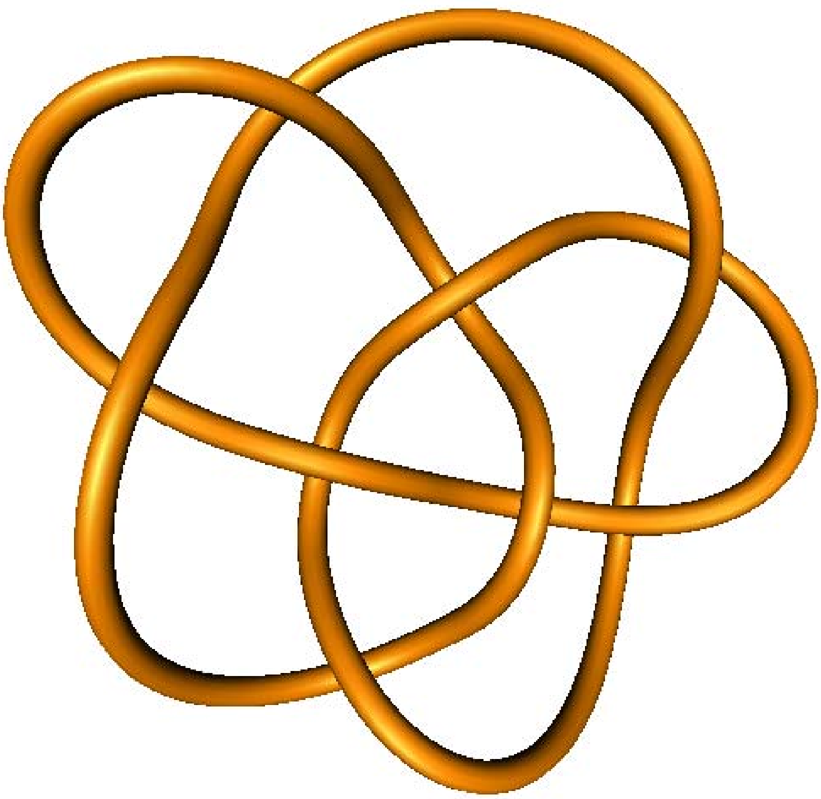
Knotentheorie: Alexanderpolynome



8.18



8.16

Knoten 8.18

$$\begin{pmatrix} t & 0 & 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & t & 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t & 0 & 1-t & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-t & t \\ 0 & t & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1-t \end{pmatrix}$$

Das ist die Alexander-Matrix.

Aus ihr streicht man eine Zeile und eine Spalte

letzte Zeile, letzte Spalte

Dadurch entsteht die reduzierte Alexandermatrix_

```
almex
```

$$\begin{pmatrix} t & 0 & 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t & 0 & 1-t & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t & 0 & 1-t & -1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-t \end{pmatrix}$$

Ihre Determinante ist das Alexanderpolynom

```
ap:=linalg::det(almex);
factor(ap)
```

$$t^7 - 5 \cdot t^6 + 11 \cdot t^5 - 13 \cdot t^4 + 10 \cdot t^3 - 4 \cdot t^2 + t$$

$$t \cdot (t^2 - t + 1) \cdot (t^4 - 4 \cdot t^3 + 6 \cdot t^2 - 3 \cdot t + 1)$$

```
almex
```

$$\begin{pmatrix} t & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1-t & t & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & t & 0 & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t & 0 & 1-t & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-t & t \\ t & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1-t \end{pmatrix}$$

```
ap:=linalg::det(almex);
factor(ap)
```

$$-t^7 + 5 \cdot t^6 - 11 \cdot t^5 + 13 \cdot t^4 - 10 \cdot t^3 + 4 \cdot t^2 - t$$

$$-t \cdot (t^2 - t + 1) \cdot (t^4 - 4 \cdot t^3 + 6 \cdot t^2 - 3 \cdot t + 1)$$

erste Zeile, erste Spalte weg

Alexanderpolynome desselben Knotens unterscheiden sich höchstens durch eine ausklammerbare Potenz von t

Knoten 8.16

$$\begin{pmatrix} 1-t & -1 & 0 & 0 & t & 0 & 0 & 0 \\ t & 1-t & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & t & 1-t & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & t & 1-t & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-t & 0 & -1 \\ 0 & 0 & t & 0 & 0 & -1 & 1-t & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t & 0 & 0 & -1 & 1-t \end{pmatrix}$$

Das ist die Alexander-Matrix.

Aus ihr streicht man eine Zeile und eine Spalte

letzte Zeile, letzte Spalte

Dadurch entsteht die reduzierte Alexandermatrix_

```
almex
```

$$\begin{pmatrix} 1-t & -1 & 0 & 0 & t & 0 & 0 \\ t & 1-t & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & t & 1-t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t & 1-t & -1 & 0 \\ t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-t & 0 \\ 0 & 0 & t & 0 & 0 & -1 & 1-t \end{pmatrix}$$

Ihre Determinante ist das Alexanderpolynom

```
ap:=linalg::det(almex);
factor(ap)
```

$$t^6 - 4\cdot t^5 + 8\cdot t^4 - 9\cdot t^3 + 8\cdot t^2 - 4\cdot t + 1$$

$$t^6 - 4\cdot t^5 + 8\cdot t^4 - 9\cdot t^3 + 8\cdot t^2 - 4\cdot t + 1$$

```
almex
```

$$\begin{pmatrix} t & 1-t & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & t & 1-t & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & t & 1-t & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & t & 1-t & -1 & 0 \\ t & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-t & 0 \\ 0 & 0 & t & 0 & 0 & -1 & 1-t \\ 0 & 0 & 0 & t & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

```
linalg::det(alm)
```

$$0$$

```
ap:=linalg::det(almex);
factor(ap)
```

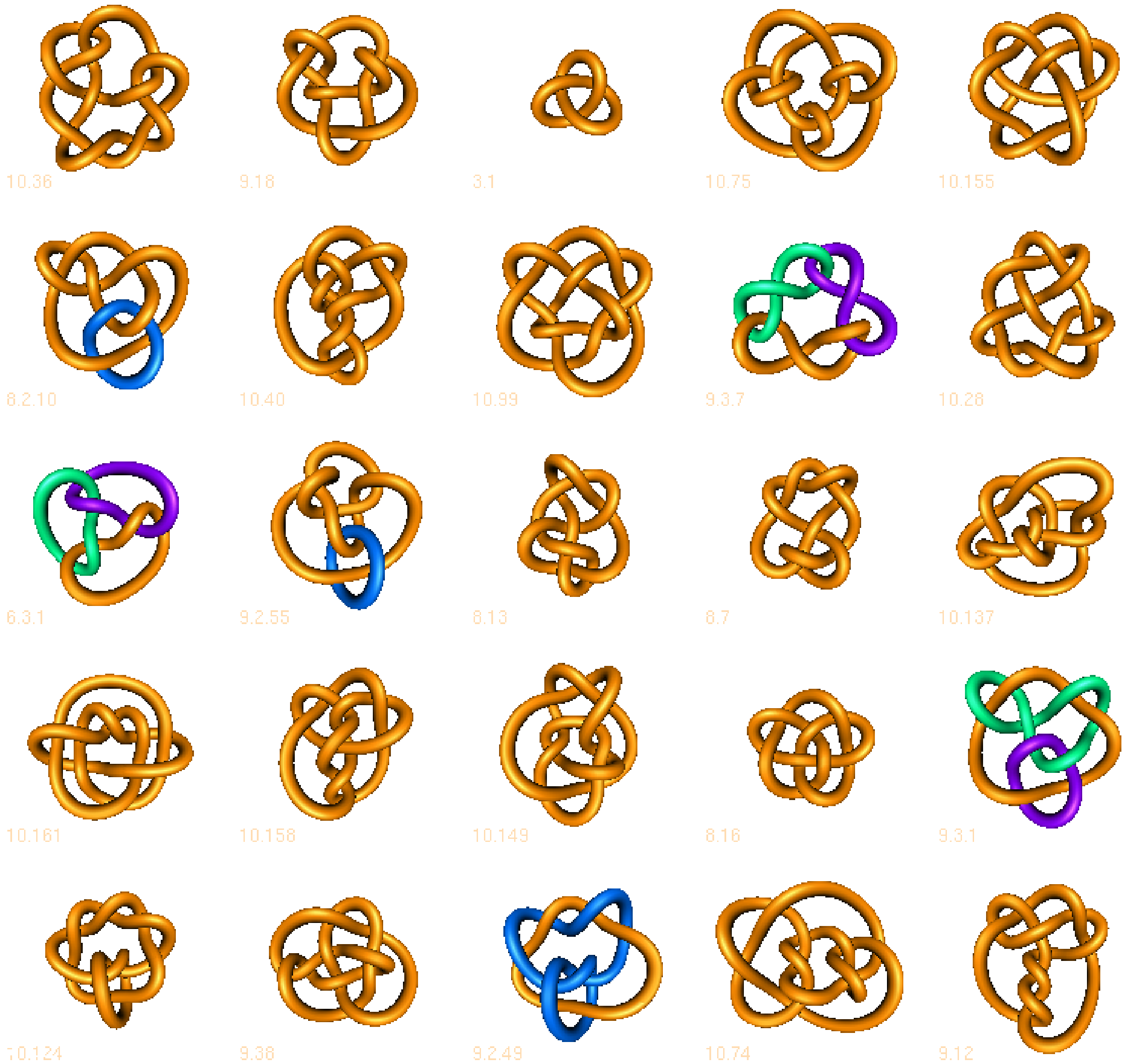
$$t^7 - 4\cdot t^6 + 8\cdot t^5 - 9\cdot t^4 + 8\cdot t^3 - 4\cdot t^2 + t$$

$$t\cdot\left(t^6 - 4\cdot t^5 + 8\cdot t^4 - 9\cdot t^3 + 8\cdot t^2 - 4\cdot t + 1\right)$$

Jedesmal ist es dasselbe Alexanderpolynom.

erste Zeile, letzte Spalte weg

Alexanderpolynome desselben Knotens unterscheiden sich höchstens durch eine ausklammerbare Potenz von t



Seite aus Knotplot , http://knotplot.com
von Rob Scharein

Registerkarte main
Taste rand
8.16 ist vorletzte Zeile, vorletzter Platz