

# RSA-Verfahren, Public-Key-Verschlüsselung

Kryptographie mit MuPAD, Prof. Dr.Dörte Haftdorn, Sept.99, Nov 02, Sept. 05

- 
- `delete PACKAGEPATH:endl:=strmatch(NOTEBOOKPATH,"mathe-lehramt", Index)[2]:  
gesamtpackpfad:=substring(NOTEBOOKPATH,1..endl+1).pathname("computer","mupad", "packages"):  
PACKAGEPATH:=gesamtpackpfad,PACKAGEPATH://Tipps zu Packages siehe unten auf der Seite.`
  - `package("zahltheo", Forced):zahltheo::init():export(zahltheo):`
- 
- eigene Zahlentheorie Ergänzungen-----

## Anton bereitet seine Schlüssel vor.

- `p:=numlib::prevprime(floor(sqrt(1822*10^50))); //Exponent z.B.auch 200  
426848919408260889649017677`
- `q:=numlib::prevprime(floor(sqrt(27*10^50)));  
51961524227066318805823313`
- `//p:=11;q:=13;`
- `n:=p*q;  
22179720467129426832036132983901293898602117675703901`
- `ph:=(p-1)*(q-1);  
22179720467129426832036132505090850263274909220862912`
- `repeat  
r:= random(2..ph): e:=r():  
until gcd(ph,e)=1 end_repeat:e;  
5431810359558895868012510147906756148758221314933007`
- `d:=op(igcdex(ph,e),3): // letztes Element euklid. Algorithmus`
- `if (d<0) then d:=d+ph: end_if:d; //Korrektur bei negativem d  
13230734872517443410046993355217420687723804716688751`

## Das ist Antons geheimer Schlüssel. Der Öffentlichkeit gibt er e und n bekannt.

- `e;n;  
5431810359558895868012510147906756148758221314933007  
22179720467129426832036132983901293898602117675703901`
-

### **Berta will Anton einen Text senden, den nur Anton lesen kann.**

- `m:=txToZoo("Montag im Medley");`

```
[77, 111, 110, 116, 97, 103, 32, 105, 109, 32, 77, 101,
100, 108, 101, 121]
47818086677302757902477170787191
```

- `gcd(m,n); // soll 1 sein`  
1

- `c:=powermod(m,e,n);`  
21181251973559634985203351401365849767416059392788873

---

### **Anton empfängt diesen verschlüsselten Text und wandelt ihn in Klartext um.**

- `m:=powermod(c,d,n);`  
47818086677302757902477170787191

- `zooToTx(m) //Zweierpakete +30->ASCII`

```
[47, 81, 80, 86, 67, 73, 2, 75, 79, 2, 47, 71, 70,
78, 71, 91]

[77, 111, 110, 116, 97, 103, 32, 105, 109, 32, 77, 101,
100, 108, 101, 121]
"Montag im Medley"
```

### **Anton signiert einen der Öffentlichkeit präsentierten Text**

- `M:=txToZoo("Dies sagt euch Anton.");`

```
[68, 105, 101, 115, 32, 115, 97, 103, 116, 32, 101, 117, 99,
104, 32, 65,

110, 116, 111, 110, 46]
387571850285677386027187697402358086818016
```

- `sig:=powermod(M,d,n);`  
18177848577004561880951301164635559470093254053623536

**Anton stellt den Text und sig öffentlich aus. Eigentlich wendet er auf M vorher noch eine Hashfunktion an, die öffentlich bekannt ist und M auf 128 Bit reduziert. Hier ist  $h(M)=M$ .**

---

### Berta will prüfen, ob das wirklich Antons unveränderter Text ist.

- `MB:=M: //Berta berechnet ebenfalls aus dem erhaltenen MB das  $h(M)$ ,  
//hier ist  $h(MB)=MB$ . Und sie bildet ein Mtest aus der Signatur.`
- `Mtest:=powermod(sig,e,n);`

`387571850285677386027187697402358086818016`

- `if (modp(MB,n)=modp(Mtest,n)) then print("Anton hat wirklich unterschrieben")  
else print("Vorsicht, das ist nicht Antons Original!") end_if;`

`"Anton hat wirklich unterschrieben"`

Wenn aber nun MisterX verändert hat

- `MB:=M+1`

`387571850285677386027187697402358086818017`

- `if (modp(MB,n)=modp(Mtest,n)) then print("Anton hat wirklich unterschrieben")  
else print("Vorsicht, das ist nicht Antons Original!") end_if;`

`"Vorsicht, das ist nicht Antons Original!"`

- 

Tipps zu Packages: Einzelne \*.mu-Dateien kann man auch mit dem Menu Notebook -->Einlesen -->\*.mu hinzufügen. Auf dieser Site liest der oben genannte Befehl alle eigene Funktionen der Zahlentheorie.

-