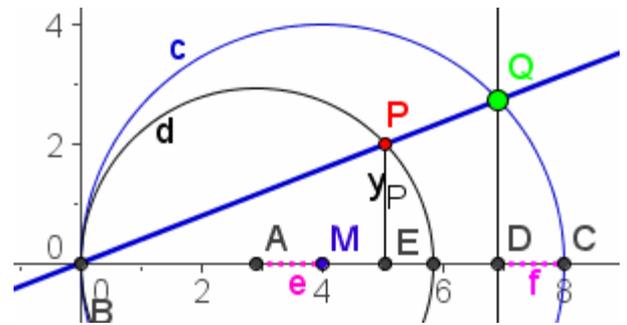


## Dreiblatt

Konstruktionsbeschreibung für das Dreiblatt

- 1) Wähle  $M$  auf der  $x$ -Achse und um  $M$  einen Kreis  $c$  durch den Ursprung  $B$ . Sein anderer Schnittpunkt mit der  $x$ -Achse sei  $C$ . Benenne seinen Radius mit  $R$ .
- 2) Setze  $Q$  frei auf dem Kreis  $c$ .
- 3) Fülle das Lot von  $Q$  auf die  $x$ -Achse, der Fußpunkt sei  $D$ .
- 4)  $E$  entsteht durch Spiegeln von  $C$  an  $D$ .
- 5)  $A$  sei Mittelpunkt der Strecke  $BE$ .
- 6)  $d$  sei der Kreis um  $A$  durch  $B$ .
- 7) Kreis  $d$  schneidet die Gerade  $BQ$  in  $P$ .
- 8) Gesucht ist der Ort von  $P$ , wenn  $Q$  auf dem Kreis  $c$  läuft.



Anmerkung: Die Konstruktion erzwingt, dass die Strecken  $e$  und  $f$  gleich sind.

Aufgaben:

- a) Führen Sie die Konstruktion für einige Punkte durch.
- b) Spiegeln Sie alle Ihre Punkte an der  $x$ -Achse
- c) Beachten Sie besondere Stellungen von  $Q$  und sichern Sie für diese die Lage von  $P$  verbal.
- d) Deuten Sie in der Zeichnung an und verbalisieren Sie, wie das gesamte Dreiblatt aussieht.
- e) Leiten Sie die Polargleichung (in Abhängigkeit von  $R$ ) für das Dreiblatt her. Dabei können Sie ohne Beweis verwenden, dass Kreise der gezeichneten Art die Gleichung  $r(\varphi) = 2\rho \cos(\varphi)$  haben. Ergebnis zu Sicherheit

$$r(\varphi) = 2R \cos(\varphi) (2 \cos^2(\varphi) - 1)$$

- f) Leiten Sie daraus eine implizite kartesische Gleichung des Dreiblattes her.  
Gestalt  $(\dots)^2 = \text{faktor} \cdot (\dots)$
- g) Bestätigen Sie sichere Punkte in der Polargleichung und der impliziten Gleichung.
- h) Machen Sie sich die Zusammenhänge an der polar-kartesischen Koppelung klar.
- i) Welchen Einfluss auf die Form des Dreiblattes hat der Radius  $R$ .
- j) "Schneemann mit Fliege" Ergänzungen zum Üben
  - Untersuchen Sie mit MuPAD auch die Kurve zu  $r(\varphi) = 2R \cos(\varphi) (2 \cos(\varphi) - 1)$
  - Leiten Sie daraus die implizite Gleichung  $(\dots)^2 \cdot (\dots) = (4R^2 x^2)$  her.
  - Bestätigen Sie sichere Punkte in der Polargleichung und der impliziten Gleichung.
  - Machen Sie sich die Zusammenhänge an der polar-kartesischen Koppelung klar.
  - Warum verliert der implizite Schneemann seine Fliege?

