

Kurven Efeukurve, Kissoide

efeukurve-KI+Lo.pdf

- 84 -

Leuphana Universität Lüneburg Mathematik: NAME:

ohne Lo

MA LBS Uf **Modul 2 Kurven und Geometrie-Wdh.**, Note

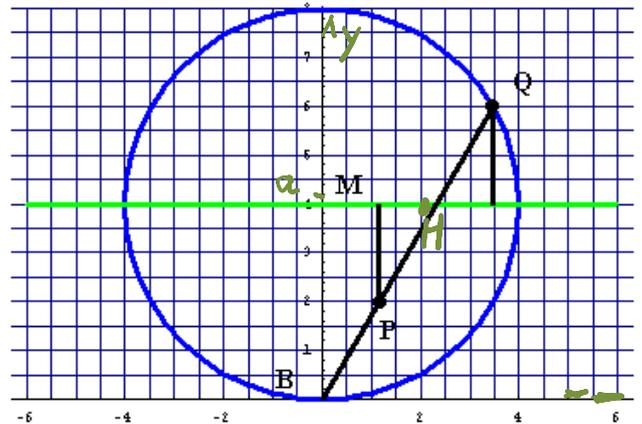
Teil a) Algebraische Kurven

Prof. Dr. Dörte Haftendorn

Seite 1 / 2

24. Sept. 2010

Aufgabe 1 Efeukurve und ~~Trisektrix~~



Konstruktion: Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius a , wie oben gezeigt. Die Gerade durch Q und den Ursprung B schneidet die grüne Parallele zur x -Achse in H . Der Punkt P ergibt sich durch Spiegelung von Q am Punkt H in der gezeigten Weise. Gesucht ist die Ortskurve von P , wenn Q auf dem Kreis läuft.

- Konstruieren Sie die Ortskurve, indem Sie Q auf waagerechte Rasterlinien setzen (etwa 8 Punkte rechts und ihre Spiegelungen an der y -Achse nach links).
- Beschreiben und begründen Sie die Form. (Sicherere Punkte, Asymptote, Form ...)
- Leiten Sie die implizite kartesische Gleichung der Efeukurve als Kurve 3. Grades mit Parameter a her.

Leuphana Universität Lüneburg Mathematik: NAME:

MA LBS Uf **Modul 2 Kurven und Geometrie-Wdh.**, Note

Ma Lösung

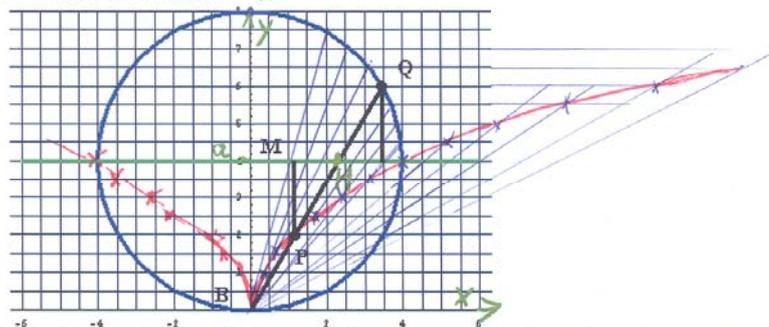
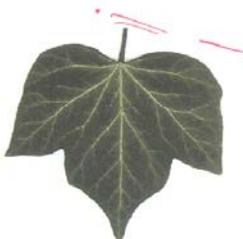
Teil a) Algebraische Kurven

Prof. Dr. Dörte Haftendorn

Seite 1 / 2

24. Sept. 2010

Aufgabe 1 Efeukurve und Trisektrix *N*



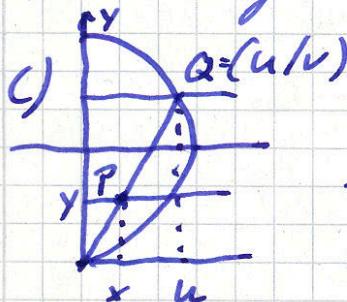
Konstruktion: Gegeben ist ein Kreis mit dem Radius a , wie oben gezeigt. Die Gerade durch Q und den Ursprung B schneidet die grüne Parallele zur x -Achse in H . Der Punkt P ergibt sich durch Spiegelung von Q am Punkt H in der gezeigten Weise. Gesucht ist die Ortskurve von P , wenn Q auf dem Kreis läuft.

- Konstruieren Sie die Ortskurve, indem Sie Q auf waagerechte Rasterlinien setzen (etwa 8 Punkte rechts und ihre Spiegelungen an der y -Achse nach links).
- Beschreiben und begründen Sie die Form. (Sicherere Punkte, Asymptote, Form ...)
- Leiten Sie die implizite kartesische Gleichung der Efeukurve als Kurve 3. Grades mit Parameter a her.

① Eifenkurve a) → Blatt

b) Die Konstruktion ist offenbar symmetrisch zur y-Achse. Also beschränke ich den rechten Ast. Die E. läuft in einer Rechtskurve aus dem Ursprung heraus. Der niedere Punkt $K=(a/a)$ wird erreicht, wenn dort Q und P zusammenfallen. Wenn Q gegen den Ursprung rückt wird der Strahl BQ immer flacher. Der Schnittpunkt mit der entsprechenden Waagrecht rückt immer weiter nach rechts. Im Grenzfall $Q=B$ wird $y=2a$, die Waag. durch N, nicht mehr ein Endlichen geschnitten. Sie ist Asymptote. $(0/0)$ ist niederer Punkt für $Q=N$.

Form magerant  $K=(\pm a/a)$
nieder



Weg von Q $u^2 + (v-a)^2 = a^2$ ①

Strahl $\frac{y}{x} = \frac{v}{u}$ ②

Stellung P $a = \frac{y+v}{2}$ ③ Mittlere Höhe

② $u = \frac{x}{y} \cdot v$ ③ $v = 2a - y$ } $u = \frac{x}{y} (2a - y)$ ④

in ① $\frac{x^2}{y^2} (2a - y)^2 + (2a - y - a)^2 = a^2$

$x^2 (2a - y)^2 + (a - y)^2 y^2 = a^2 y^2$

$x^2 (2a - y)^2 + a^2 y^2 - 2ay^3 + y^4 = a^2 y^2$

$x^2 (2a - y)^2 + y^3 (y - 2a) = 0$

$x^2 (2a - y)^2 = y^3 (2a - y) \quad | : (2a - y)$ Es ist $y \neq 2a$

$x^2 (2a - y) = y^3$

Explizite Gleichung der Eifenkurve, Kurve 3. Grades (wegen y^3 ; $x^2 y$)
siehe ob.