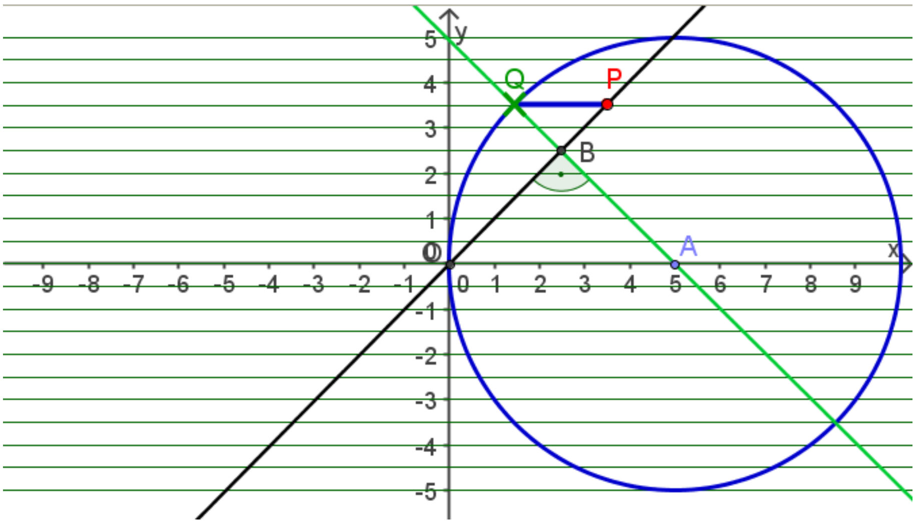
Leuphana Universität Lüneburg Mathematik: NAME:

BA LBS Uf **Modul 2 Kurven und Geometrie** , Note

Teil a) Algebraische Kurven

Prof. Dr. Dörte Haftendorn   Seite 1 /2   20. Juli 2012

Aufgabe KU 1 Kappa-Kurve



Geschichtliches: Die Kurve ist benannt nach der handschriftlichen Form des griechischen Buchstabens Kappa

| K, κ | ϰ | Kappa |

der sie entfernt ähnelt.
Die nebenstehende Konstruktion ist von Johann Bernoulli, es gibt eine von Newton und weitere Konstruktionen.

Konstruktion: Gegeben ist ein Kreis um A mit dem Radius a mit dem Punkt Q auf dem Kreis. Auf die Radiusgerade AQ wird vom Ursprung aus das Lot gefällt. Es schneidet die Parallele zur x-Achse durch Q in P. Gesucht ist die Ortskurve von P, wenn Q auf dem Kreis läuft.

a) Konstruieren Sie die Kappa-Kurve unter Verwendung des Parallelenrasters. Nutzen Sie das Geodreieck und Symmetrien.

b) Leiten Sie die implizite kartesische Gleichung der Kappa-Kurve mit Parameter a her.
Ergebnis: $\boxed{Gl\ 1}$ $y^2\left(x^2+y^2\right)=a^2\,x^2$

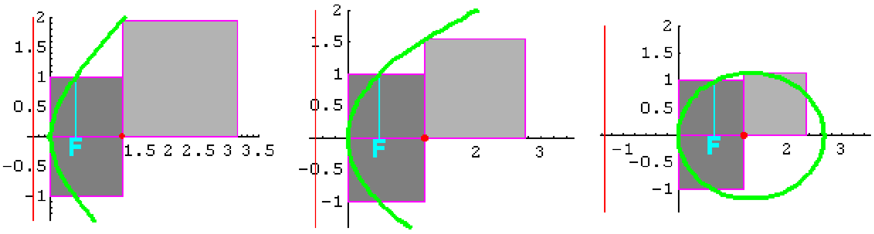
c) Leiten Sie aus dieser Gleichung die Polargleichung $\boxed{P\ 1}$ $r=a\,\cot(\varphi)$ her.

d) Begründen Sie mit beiden Darstellung und mit der Konstruktion (je 3 Begründungen):
   a. Der Ursprung liegt auf der Kappa-Kurve
   b. Die Kappa-Kurve hat die y-Achse und auch die x-Achse als Symmetrieachsen.
   c. Die Kappa-Kurve hat die Geraden y= a und y= -a als Asymptoten.
   d. Die Kappa-Kurve hat für $|y|>a$ keine Punkte.

e) Sehen Sie sich am TI den Graph von $\boxed{P\ 2}$ $r=a\,\tan(\varphi)$ an. Leiten Sie aus dieser Gleichung eine kartesische algebraische Gleichung her.

f) Leiten Sie aus $\boxed{Gl\ 1}$ Zwei Funktionsgleichungen $\boxed{Fkt\ 1}$ $y=+....$ $\boxed{Fkt\ 2}$ $y=-....$ her, die zusammen den Graph der gedrehten Kappa-Kurve ergeben. Welcher Zusammenhang besteht mit e)?

Aufgabe KU 2 Kegelschnitte



a) Was ist hier dargestellt? Begründen Sie mit der allgemeinen Scheitelgleichung der Kegelschnitte.
b) Zeichen Sie hier (mit Beschriftung) die entscheidenden Elemente der gemeinsamen Leitgeradenkonstruktion ein.

c) Mathix hat eine Polargleichung $r(\varphi)=\dfrac{p}{1-\varepsilon\cos(\varphi)}$ für Kegelschnitte gefunden. Sehen Sie sich am TI an, ob die Gleichung für Scheitellage, Mittelpunktslage oder Brennpunktlage gilt. Skizzieren Sie grob für die drei wichtigen Kegelschnitte, nennen Sie Ihre gewählten Parameter.

geo+kurven-2012.docx