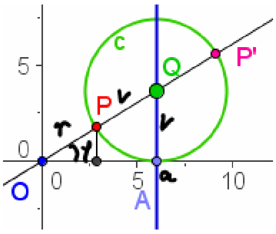
Strophoide

Ha 10.1.07



Polargleichung $Q(u,v)$ kartes.

$r = r_Q - v \qquad \frac{v}{a} = \tan\varphi \qquad \frac{a}{r_Q} = \cos\varphi$

Also $\boxed{r = \frac{a}{\cos\varphi} - a\tan\varphi = a\,\frac{1-\sin\varphi}{\cos\varphi}}$ $\varphi \neq \frac{\pi}{2}$

egal

Kartes. Gl. aus der Polargl.: $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$, $r = x^2+y^2$

$r = \frac{ar}{x} - a\frac{y}{x} \Leftrightarrow rx = ar - ay \Leftrightarrow r(a-x) = ay$ | hoch 2

$r^2(a-x)^2 = a^2y^2 \Leftrightarrow \boxed{(x^2+y^2)(a-x)^2 = a^2y^2}$

Kartes. Gl. geometrisch: P, Q, v, v−y, a−x $\quad (a-x)^2 + (v-y)^2 = v^2$ J1

Gl. 4. Grades

$\frac{v}{a} = \frac{y}{x}$ Strahlensatz

$\Rightarrow (a-x)^2 + \left(\frac{ya}{x} - y\right)^2 = \frac{y^2a^2}{x^2}$ $x \neq 0$

s

$(a-x)^2 + \cancel{\frac{y^2a^2}{x^2}} - 2\frac{a}{x}y^2 + y^2 = \cancel{\frac{y^2a^2}{x^2}}$

$\boxed{x(a-x)^2 = y^2(2a-x)}$ J2 3. Grades

J1 und J2 sind nicht äquivalent.

Für J1 wurde nämlich quadriert. Dadurch kann die Lösungsmenge größer werden. Hier ist die y-Achse als Lösung hinzugekommen: Denn $x=0$ eingesetzt: $(0+y^2)(a-0)^2 = a^2y^2$

$y^2a^2 = ay^2$

$0 = 0$ wahr für alle y.

Folgere für $x \neq 0$ J1 aus J2

J2 $\quad x^2(a-x)^2 + y^2(a-x)^2 = a^2y^2$

$x^2(a-x)^2 + \cancel{y^2a^2} - 2axy^2 + y^2x^2 = \cancel{a^2y^2} \quad | :x$ für $x \neq 0$

$x(a-x)^2 = 2ay^2 - y^2x$

$x(a-x)^2 = y^2(2a-x)$

das ist J1.

$x = 2a$ ist Asymptote

$2a(a-2a)^2 = y^2(2a-2a)$

$2a^2 = y^2 \cdot 0$

ist für kein y erfüllbar.

→ man sieht auch an der Konstruktion, dass P O nicht erreicht und damit P' $x=2a$ nicht.

Weiter: A ist Doppelpunkt

polar $A = (a, 0)$ $\quad r(0) = \frac{a}{\cos 0} + a\tan 0 = a$

Im der Konstruktion sieht man das daran, dass P und P' zusammenfallen.

Für $2a < x$ kann es keine Punkte geben, denn die linke Seite ist positiv, die rechte negativ.

O wird von der Konstr. nicht erreicht

Die Herleitungen funktionieren nicht für $x=0$ bzw $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ $\quad$ J1 ist aber für O erfüllt